

Hjemmeopgave 4 – ØPA

1.1

Falsk. Engelskurven beskriver netop, hvordan forbruget af et vare, som andel af det samlede forbrug, ændres som følge af en stigning i indkomst hos forbrugere. Engelskurven har dermed negativ — og ikke positiv — hældning for et inferiørt vare, fordi inferiøre varer netop er karakteriseret ved, at man forbruger færre af dem, når man ens indkomst stiger (de vil altså udgøre en mindre del af det samlede forbrug). Omvendt vil det være med normale varer. Her vil engelskurven have positiv hældning, da en stigning i indkomst, fører til en stigning i efterspørgsel af varen, og varen dermed udgør en større andel af det samlede forbrug.

1.2

Korrekt. Stiger en vare i pris, vil forbrugere, alt andet lige, vælge at omlægge deres forbrug til substitutter, hvilket vil medføre et fald i efterspørgslen af den vare, der er blevet dyrere. Det skal dog nævnes, at det på kort sigt ikke altid er muligt at substituere (hvis Benzin og Diesel eks. er blevet dyrere, kan man ikke med det samme vælge sit forbrug til en elbiler...). Desuden er der nogle varer, eksempelvis i dele af medicinalindustrien, der stort ikke har nogle tætte substitutter.

1.3

Forkert. Efterspørgselskurven beskriver, den mængde, som forbrugere vil efterspørge til en given pris, og findes ved at se, hvordan den efterspurgte mængde ændrer sig, når prisen varier og andre faktorer holdes konstante. Det har dermed ikke noget med forskellige niveauer for indkomsten og nyttemaksimum at gøre (det er parametre, man analyserer ved budgetbegrænsninger m.m.).

1.4

Sandt.. Et Giffen-gode opstår som regel i en krisetid, hvor forbrugere skal omlægge deres forbrug fra luksusvarer (eksempelvis steak og tun) til produkter, der kan dække deres basale behov (eksempelvis kartofler og brød). Det betyder, at en prisstigning får efterspørgslen på den pågældende vare til at stige, mens andre varer efterspørges mindre. Et Giffen-gode udgør dermed, som udgangspunkt, en stor del af forbrugsbudgettet.

2.1

Det marginale substitutionsforhold, MRS, beskriver, hvor meget man er villig til at afgive af vare x for at få mere af vare y og stadigvæk opretholde samme nytteniveau. Det er da defineret som:

$MRS = \frac{MU_x}{MU_y}$, hvilket er det samme som den tangenthældning til indifferenskurven i et bestemt forbrugsbundt.

Dette kan eksemplificeres ved at antage en simpel nyttefunktion $U(A, B) = A * B$ og forbrugsbundtet $A = 4, B = 5$. Her vil den marginale nytte af de enkelte goder være givet ved $MU_A = A$ og $MU_B = B$, altså er $MRS_{AB} = \frac{5}{4}$. Det betyder altså, at forbrugeren er villig til at opgive 1,25 af vare B for at få en enhed af vare A yderligere.

2.2

Da punkt A er den venstre skæring med budgetlinjen (og førsteaksen er mængden af øl, mens andenaksen er mængden af mad), beskriver forbrugsbundtet den kombination af øl og mad, hvor Inga forbruger mest mad og mindst øl på indifferenskurven. Det er ikke den optimale forbrugssammensætning, fordi Inga her er villig til at substituere en relativ stor mængde øl for lidt mere øl. I punktet vil $MRS > \frac{P_{øl}}{P_{mad}}$, fordi Inga er villig til at give afkald på flere enheder af mad for at få en ekstra enhed øl, end hvad markedspriserne kræver. Med andre ord værdsætter øl relativt højere end mad sammenlignet med markedspriserne. Inga vil dermed få mere nytte ved at justere sit forbrug i retning af mere øl og mindre mad.

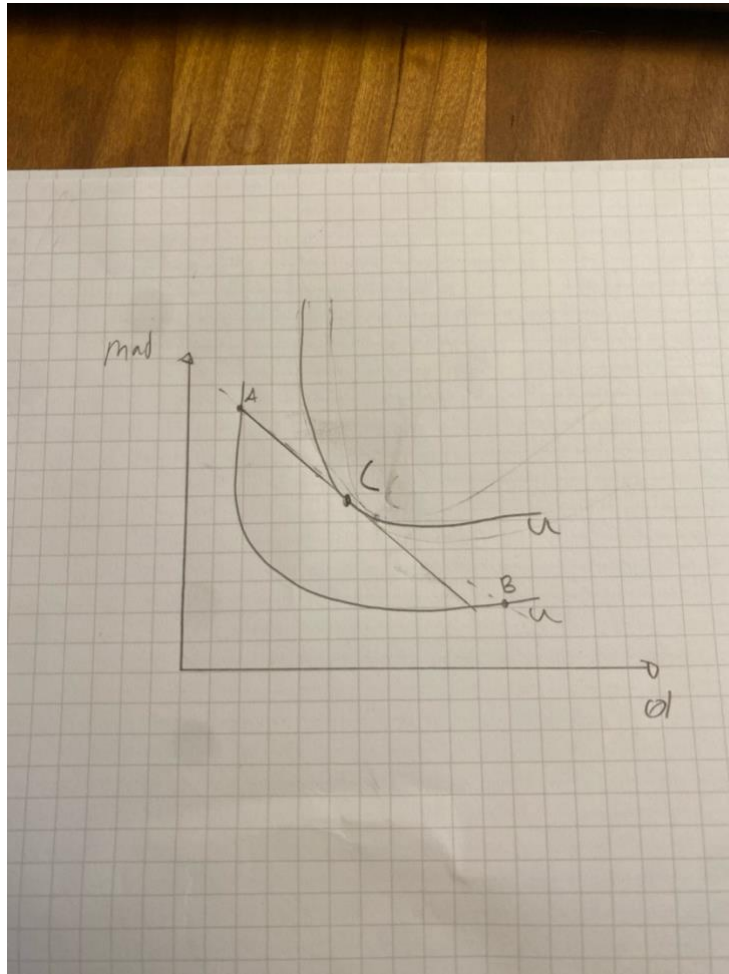
2.3

I punkt B vil det modsatte være tilfældet. Her vil Inga forbrugere relativt meget øl, og relativt lidt mad, hvilket vil få $MRS < \frac{P_{øl}}{P_{mad}}$. Altså; Inga er villig til at give afkald på færre enheder af mad for at få en ekstra enhed øl, end hvad markedspriserne kræver. Hun værdsætter altså i punkt B mad relativt højere end øl, hvorfor hun vil få mere nytte ved at justere sit forbrug i retning af mindre øl og mere mad.

2.4

Den nyttemaksimerende forbrugssammensætning for Inga vil være givet i det punkt, hvor en 'højere indifferenskurve' tangerer med budgetlinjen (se nedenstående billede). I dette punkt er $MRS = \frac{P_{øl}}{P_{mad}}$, hvilket betyder, at Inga værdsætter mad og øl lige meget og ikke er villig til at substituere en af de to goder i et forhold, der er højere eller lavere end prisforholdet mellem de to.

Det vil altså sige, at et ethvert andet punkt vil resultere i lavere nytte, da MRS i dette andet punkt enten til være større (A) eller mindre (B) end prisforholdet mellem de to varer.



En forbruger har følgende nyttefunktion over forbrugsbundter (x_1, x_2) af to varer 1 og 2:
 $U(x_1, x_2) = x_1^\alpha * x_2^{1-\alpha}$, hvor $0 < \alpha < 1$. Forbrugeren står overfor givne priser $p_1 > 0$ og $p_2 > 0$, og har givet et budget $m > 0$.

3.1

Budgetlinjen for forbrugeren er givet ved følgende form (altså, forbrugeren kan vælge at bruge alle sine penge på gode 1, gode 2 eller have et varieret forbrug):

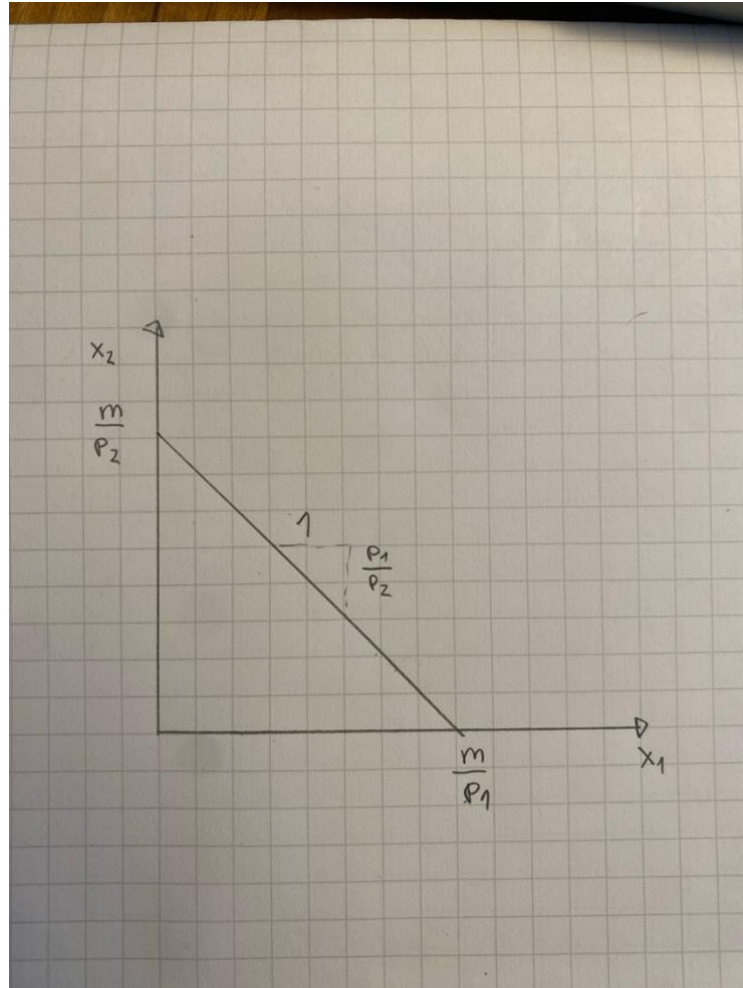
$$m = p_1 * x_1 + p_2 * x_2$$

Hvis vi ønsker at udtrykke x_2 som funktion af x_1 kan dette gøres ved at omskrive ovenstående til det følgende:

$$m = p_1 * x_1 + p_2 * x_2$$

$$\frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2} * x_1 = x_2$$

Grafisk er budgetlinjen vist nedenfor:



3.2

For at undersøge, hvilken form indifferenskurverne har, sættes nyttefunktion lig med den konstante nytteværdi, $\bar{u} \geq 0$. Herefter løses ligningen for x_2 . Dette er gjort nedenfor.

$$\bar{u} = x_1^\alpha * x_2^{1-\alpha}$$

$$\bar{u} = x_1^\alpha * x_2^{1-\alpha}$$

$$\left(\frac{\bar{u}}{x_1^\alpha} \right) = x_2^{1-\alpha}$$

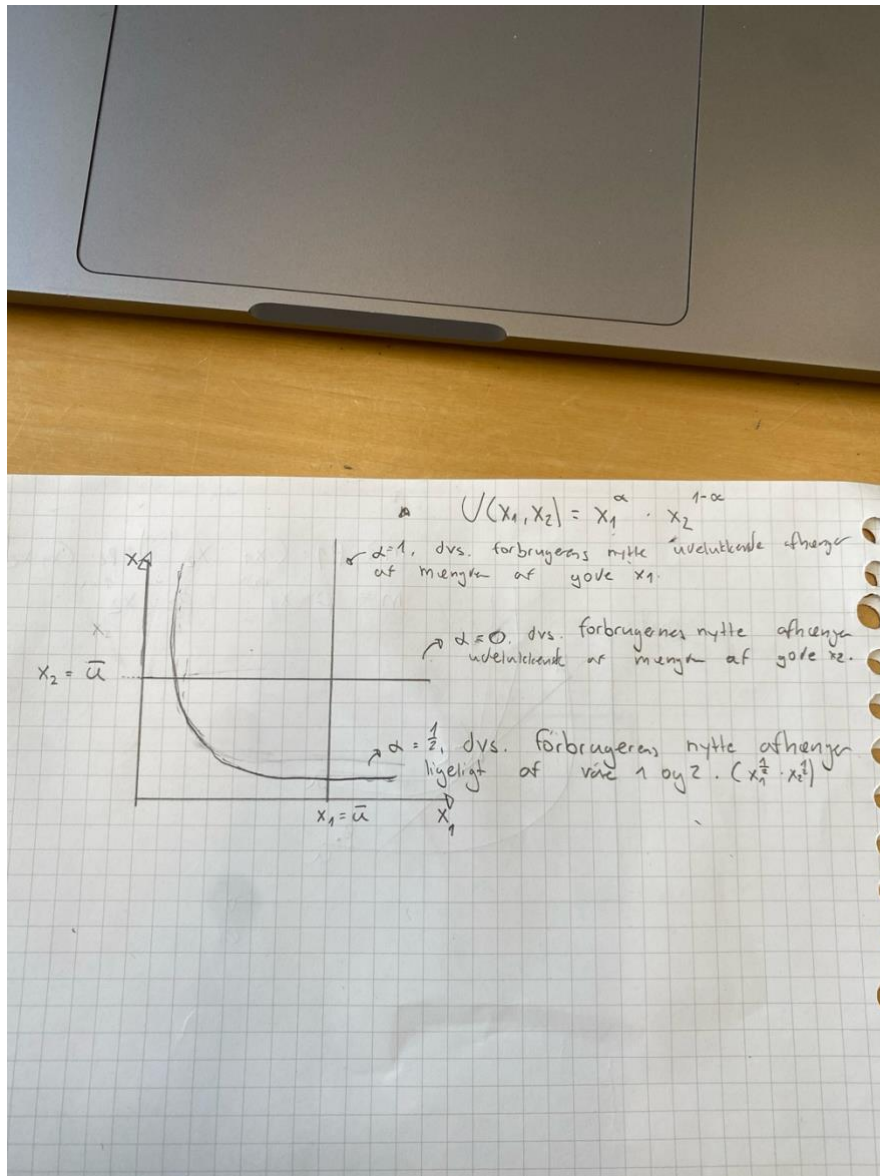
$$\left(\frac{\bar{u}}{x_1^\alpha} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} = x_2$$

$$\bar{u}^{\frac{1}{1-\alpha}} * x_1^{-\frac{\alpha}{1-\alpha}} = x_2$$

Det er altså vist, at indifferenskurverne har formen:

$$\bar{u}^{\frac{1}{1-\alpha}} * x_1^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} = x_2$$

Nedenfor er indifferenskurverne for $\alpha = 0$, $\alpha = \frac{1}{2}$ og $\alpha = 1$ indtegnet.



3.3

Forbrugernes nytte, når forbrugsbundet er på budgetlinjen, alene som funktion af x_1 , beregnes nedenfor:

$$x_1^\alpha * \left(\frac{m - p_1 * x_1}{p_2} \right)^{1-\alpha} = U(x_1)$$

3.4

For at finde det optimale forbrugsbundt for forbrugeren differentieres ovenstående udtryk mht.

x_1 , herefter substitueres de fundne x_1 ind i $\frac{m-p_1 \cdot x_1}{p_2}$. Dette er gjort nedenfor.

$$\begin{aligned}
 U(x_1) &= x_1^\alpha \cdot \left(\frac{m-p_1 \cdot x_1}{p_2} \right)^{1-\alpha} \\
 U'(x_1) &= \alpha x_1^{\alpha-1} \cdot \left(\frac{m-p_1 \cdot x_1}{p_2} \right)^{1-\alpha} - x_1^\alpha \cdot (1-\alpha) \cdot \left(\frac{m-p_1 \cdot x_1}{p_2} \right)^{-\alpha} \cdot \frac{p_1}{p_2} \\
 0 &= \alpha x_1^{\alpha-1} \cdot \left(\frac{m-p_1 \cdot x_1}{p_2} \right)^{1-\alpha} - x_1^\alpha \cdot (1-\alpha) \cdot \left(\frac{m-p_1 \cdot x_1}{p_2} \right)^{-\alpha} \cdot \frac{p_1}{p_2} \\
 \alpha x_1^{\alpha-1} \cdot \left(\frac{m-p_1 \cdot x_1}{p_2} \right)^{1-\alpha} &= x_1^\alpha \cdot (1-\alpha) \cdot \left(\frac{m-p_1 \cdot x_1}{p_2} \right)^{-\alpha} \cdot \frac{p_1}{p_2} \\
 \alpha \cdot \left(\frac{m-p_1 \cdot x_1}{p_2} \right)^{1-\alpha} &= x_1 \cdot (1-\alpha) \cdot \left(\frac{m-p_1 \cdot x_1}{p_2} \right)^{-\alpha} \cdot \frac{p_1}{p_2} \\
 \alpha \cdot \left(\frac{m-p_1 \cdot x_1}{p_2} \right) &= x_1 \cdot (1-\alpha) \cdot \frac{p_1}{p_2} \\
 \alpha \cdot (m-p_1 \cdot x_1) &= x_1 \cdot (1-\alpha) \cdot p_1 \\
 \alpha \cdot m - \alpha p_1 x_1 &= x_1 \cdot (1-\alpha) \cdot p_1 \\
 \alpha \cdot m &= \alpha p_1 x_1 + x_1 \cdot (1-\alpha) \cdot p_1 \\
 \alpha \cdot m &= \alpha p_1 x_1 + x_1 \cdot p_1 - x \cdot p_1 \alpha \\
 \alpha \cdot m &= x_1 \cdot p_1 \\
 \frac{\alpha \cdot m}{p_1} &= x_1 \\
 x_2 \text{ findes ved indsættelse i } \frac{m-p_1 \cdot x_1}{p_2} \\
 x_2 &= \frac{m - p_1 \cdot \left(\frac{\alpha \cdot m}{p_1} \right)}{p_2} \\
 x_2 &= \frac{m - \alpha \cdot m}{p_2} = \frac{m \cdot (1-\alpha)}{p_2}
 \end{aligned}$$

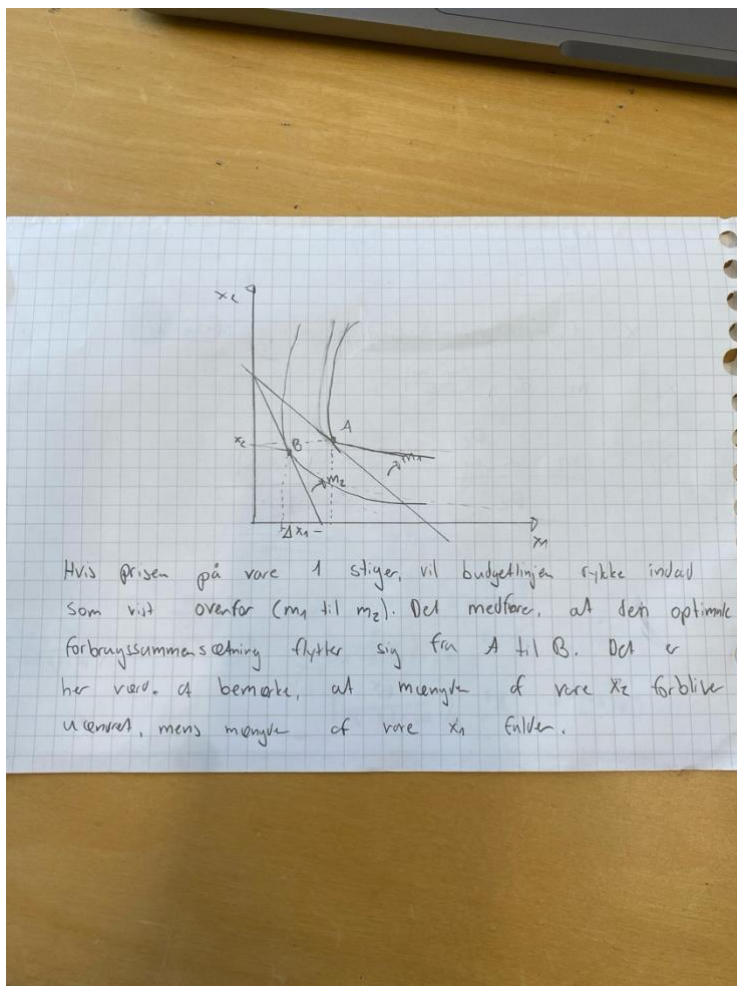
3.5

Forbrugernes købsadfærd i Cobb Douglas er knyttet til værdien af α . Parametrene reflekterer forbrugernes relative præference for vare x_1 i forhold til vare x_2 , givet en budgetbegrænsning. Er $0 < \alpha < \frac{1}{2}$ vil forbrugernes allokere en mindre del af sit budget til x_1 end til x_2 , mens $\alpha = \frac{1}{2}$ beskriver en situation, hvor forbrugeren bruger lige mange penge på begge goder og $\alpha > \frac{1}{2}$ er et udtryk for, at forbrugeren vælger at bruge en større del af sit budget på vare x_1 , end på x_2 .

Af den årsag benævnes α ofte budgetandelen, da den viser, hvor stor en del af budgettet, forbrugeren vil bruge på de respektive varer.

3.6

Se nedenstående:



Tilføjelse til 3.6: Det kan ikke entydigt siges, om de to varer er substitutter eller komplementer, idet efterspørgslen efter vare x_2 ikke ændrer sig som følge af en prisstigning i x_1 (den skulle stige ved, hvis de var substitutter og falde hvis de var komplementer)...

3.7

Jeg ville argumentere for, at der er en række begrænsninger ved at benytte Cobb-Douglas-nyttfunktionen som realistisk beskrivelse af forbrugerpræferencer. Først og fremmest antager man ved funktionen en budgetandel, hvilket betyder, at modellen kræver, at man kan tilskrive en numerisk værdi til, hvordan forbrugere vægter to varer i forhold til hinanden. Derudover antager nyttfunktionen, at nytten bliver uendelig stor, når man forbruger uendelig meget af en eller begge varer, hvilket i praksis ikke vil være tilfældet (der vil indtræde en form for mæthed ved et vist niveau).

3.8

Det marginale substitutionsforhold, MRS (defineret numerisk), i et vilkårligt punkt, udledes herunder.

$$\begin{aligned} MRS &= \frac{MU_1(x_1, x_2)}{MU_2(x_1, x_2)} \\ MRS &= \frac{\alpha * x_1^{\alpha-1} * x_2^{1-\alpha}}{x_1^\alpha * (1-\alpha)x_2^{-\alpha}} \\ MRS &= \frac{\alpha * x_1^{-1} * x_2}{(1-\alpha)} \\ MRS &= \frac{x_2}{x_1} * \frac{\alpha}{(1-\alpha)} \end{aligned}$$

Det er hermed vist, at det marginale substitutionsforhold er givet ved MRS: $\frac{x_2}{x_1} * \frac{\alpha}{(1-\alpha)}$

3.9

Det optimale forbrugsbundt kan nu udledes igen, ved at løse $MRS = \frac{p_1}{p_2}$ (se opgave 2.4 for forklaring), hvor $x_2 = \frac{m-p_1*x_1}{p_2}$, da forbrugsbundtet skal ligge på budgetlinjen.

$$\begin{aligned} \frac{\frac{m-p_1*x_1}{p_2}}{x_1} * \frac{\alpha}{(1-\alpha)} &= \frac{p_1}{p_2} \\ \frac{m-p_1*x_1}{p_2 * x_1} * \frac{\alpha}{(1-\alpha)} &= \frac{p_1}{p_2} \\ \frac{m-p_1*x_1}{p_2} * \frac{\alpha}{(1-\alpha)} &= \frac{p_1}{p_2} * x_1 \\ (m-p_1*x_1) * \frac{\alpha}{(1-\alpha)} &= p_1 * x_1 \\ (m-p_1*x_1) * \alpha &= p_1 * x_1 * (1-\alpha) \end{aligned}$$

$$\alpha m - \alpha p_1 x_1 = p_1 * x_1 - \alpha p_1 x_1$$

$$\alpha m = p_1 * x_1$$

$$\frac{\alpha m}{p_1} = x_1$$

Forbruget af $x_1 = \frac{\alpha m}{p_1}$ (det samme som i 3.4), mens x_2 findes nedenfor ved substitution.

$$x_2 = \frac{m - p_1 * \left(\frac{\alpha m}{p_1}\right)}{p_2}$$

$$x_2 = \frac{m - \alpha m}{p_2} = \frac{m(1 - \alpha)}{p_2}$$

Hvilket også er det samme, som vi fandt i opgave 3.4...