

Hjemmeopgave 6 – ØPA

1.1

Korrekt. Loven og faldende grænseprodukt beskriver, at det marginale produkt er aftagende efter et bestemt produktionsniveau. Det betyder, at en inputfaktor (f.eks. arbejdskraft) efter et bestemt niveau vil resultere i mindre og mindre ekstra output, hvilket igen resulterer i, at det bliver dyrere for udbydere at producere en større mængde.

Det betyder, at udbudskurven på kort sigt er voksende, fordi virksomheder vil kræve en højere pris for at producere en enhed yderligere. På lang sigt gør dette sig dog ikke på samme måde gældende, fordi det antages, at virksomheder her kan skalere deres produktion m.m. og derfor ikke nødvendigvis har aftagende MC.

1.2

Korrekt. Definitionen af konstant skalaafkast er netop, at en ændring i input fører til den samme ændring i output. Altså; en fordobling af input, fører til en fordobling af output.

1.3

Falsk. Stordriftsfordele implicerer (stigende skalaafkast), at virksomhedens langsigtede gennemsnitlige omkostninger (LRAC) vil være faldende, og ikke stigende. Dette skyldes, at virksomheden ved at tilføje en yderligere produktionsfaktor, forøger produktionen med mere end udgifterne til denne produktionsfaktor.

2.1

Virksomhedens produktionsfunktion er givet ved: $Q = f(K, L) = \sqrt{K * L} = \sqrt{K} * \sqrt{L}$, hvor K beskriver antallet af maskiner og L beskriver mængden af arbejdskraft. Ved bestemte inputmængder, K^0 og L^0 , er outputtet givet ved Q^0 . Nedenfor undersøges det, om en fordobling af input, også medfører en fordobling af output.

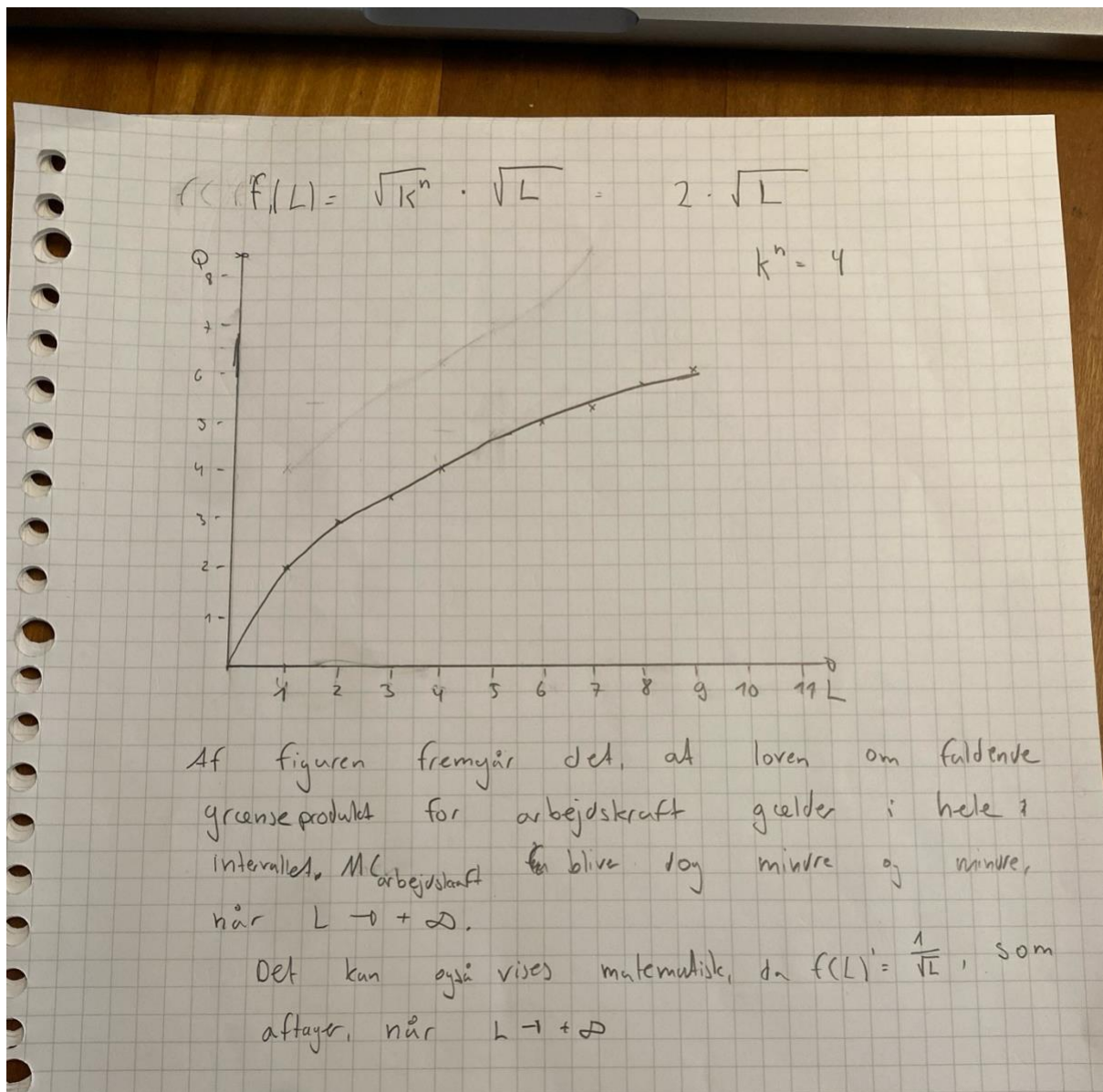
$$\begin{aligned} f(2K, 2L) &= \sqrt{2K * 2L} \\ &= \sqrt{2} * \sqrt{K} * \sqrt{2} * \sqrt{L} \\ &= 2 * \sqrt{K} * \sqrt{L} \end{aligned}$$

Det er altså hermed vist, at funktionen har konstant skalaafkast, idet en fordobling i input også fører til en fordobling af output.

2.2

På kort sigt K fast på et bestemt niveau $= K^n$. De to inputs købes desuden til priser $r > 0$ & $\omega > 0$, som er givne for virksomheden (og opgjort som den fulde alternativomkostning).

Nedenfor tegnes produktionen på kort sigt (som funktion af arbejdsindput, idet niveauet af K ligger fast på kort sigt). Funktionen er da: $f(K^n, L) = \sqrt{K^n} * \sqrt{L}$



2.3

For at udregne den mængde arbejdskraft, det kræves at producere Q enheder output, isoleres L i nedenstående ligning.

$$Q = \sqrt{K^n} * \sqrt{L}$$

$$Q^2 = K^n * L$$

$$\frac{Q^2}{K^n} = L$$

$$\frac{1}{K^n} * Q^2 = L$$

Det er hermed vist, at det kræver $\frac{1}{K} * Q^2$ mængde arbejdskraft for at producere Q enheder output. Heraf fremgår bl.a., at man skal bruge mindre arbejdskraft, når konstanten K bliver større, samtidig med, at mængden af arbejdskraft er forholdsvis sensitiv overfor ændringen i Q (fordi Q er i anden potens). Det betyder, at der er en kvadratisk sammenhæng mellem Q og L, hvor f.eks. en fordobling i Q medfører en firedobling i behovet for arbejdskraft ...

2.4

De faste omkostninger er netop givet ved $r * K^n$, fordi K er en konstant og ikke afhænger af produktionsstørrelsen. De variable omkostninger udledes herunder.

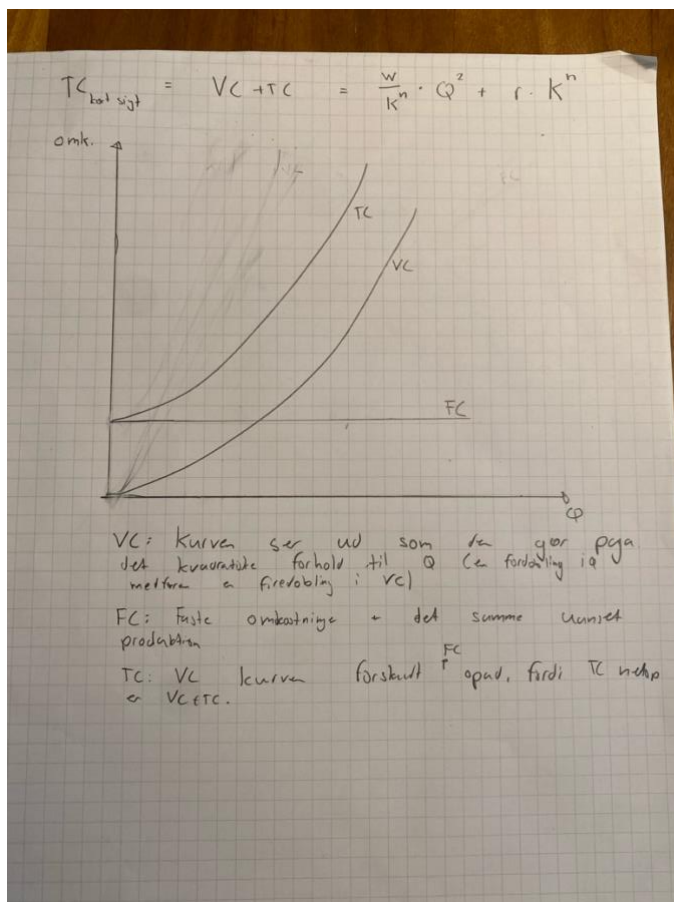
$$VC = L * \omega$$

$$VC = \frac{1}{K^n} * Q^2 * \omega$$

$$VC = \frac{\omega}{K^n} * Q^2$$

Hvilket var netop det, der skulle udledes. Det er værd at bemærke, at der her er et kvadratisk forhold mellem VC og Q, hvilket betyder, at eks. en fordobling i output, vil føre til en firedobling af de variable omkostninger (i tråd med resultatet fra 2.3 giver det også intuitivt mening).

2.5

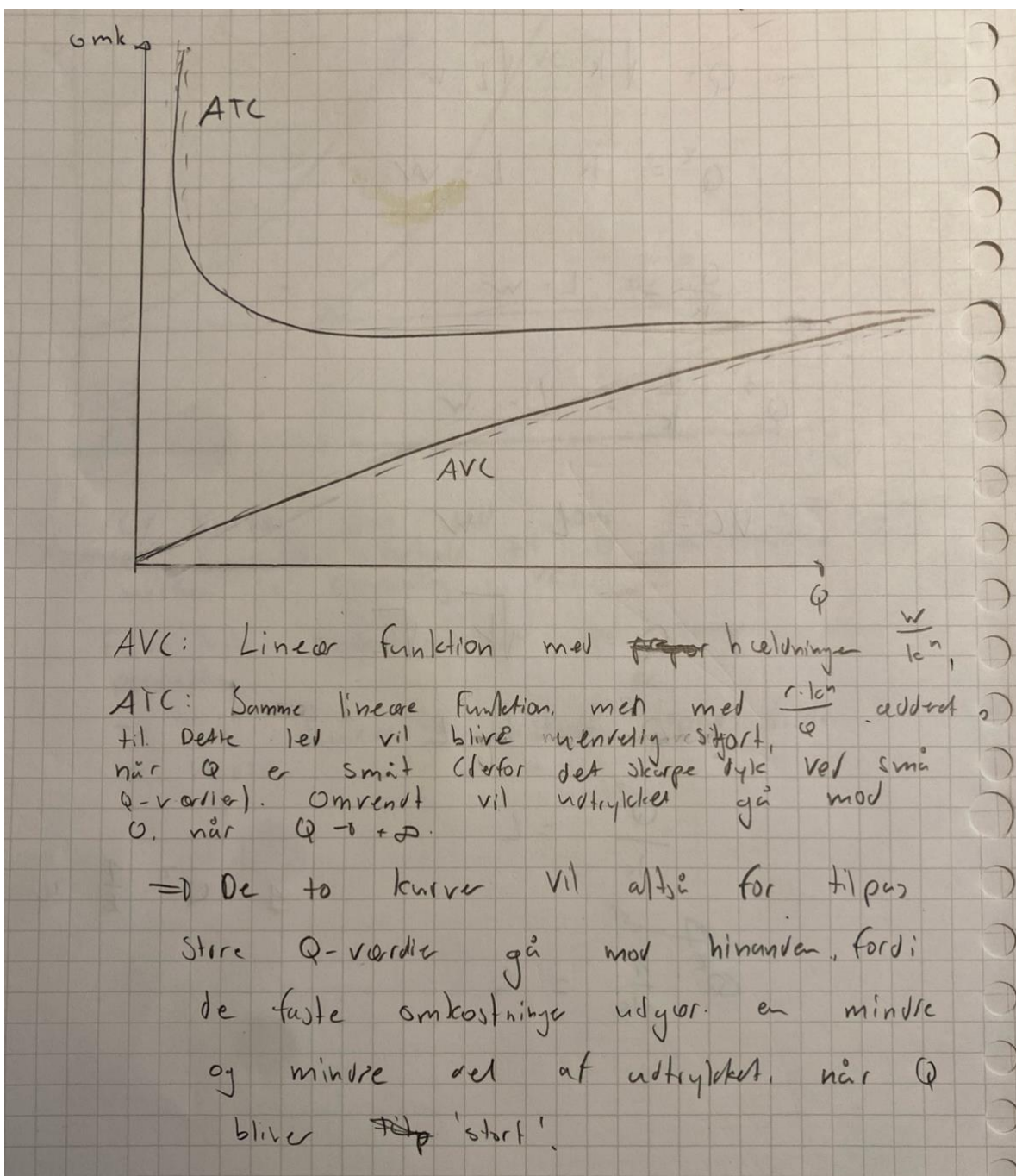


2.6

$$AVC = \frac{\frac{w}{k^n} \cdot Q^2}{Q} = \frac{w}{k^n} \cdot Q$$

$$ATC = \cancel{AVC} + ATC = \frac{w}{k^n} \cdot Q + \frac{r \cdot k^n}{Q}$$

2.7



2.8

er VC etc.

$$(VC)' = \left(\frac{w}{k^n} \cdot Q^2 \right)' = 2Q \cdot \frac{w}{k^n} + Q^2 \cdot 0 = \underline{\underline{2 \cdot \frac{w}{k^n} \cdot Q}}$$

$$(TC)' = \left(\frac{w}{k^n} Q^2 + r \cdot k^n \right)' = 2Q \cdot \frac{w}{k^n} + Q^2 \cdot 0 + 0 = \underline{\underline{2 \cdot \frac{w}{k^n} \cdot Q}}$$

=> Man kan differentiere begge dele og få samme resultat fordi den eneste forskel mellem de to udtryk er en konstant (FC), der differentieret giver 0.

2.9 (se billede på næste side)

$$w = k^n = 1$$

$$MC(10) = 2 \cdot 10 = \underline{\underline{20}}$$

$$VC(10) = 10^2 = 100$$

$$VC(11) = 11^2 = 121$$

$$VC(11) - VC(10) = 21$$

=> Forskellen på 1 mellem MC og $VC(11) - VC(10)$ kan forklares ud fra det faktum, at 20 er hældningen af tangenten til VC kurven for $Q=10$, mens 21 er hældningen på sekanten mellem $Q=11$ og $Q=10$. Disse hældninger er ikke ens, men tæt på hinanden, hvilket er årsagen til, at de er en forskel på 1.

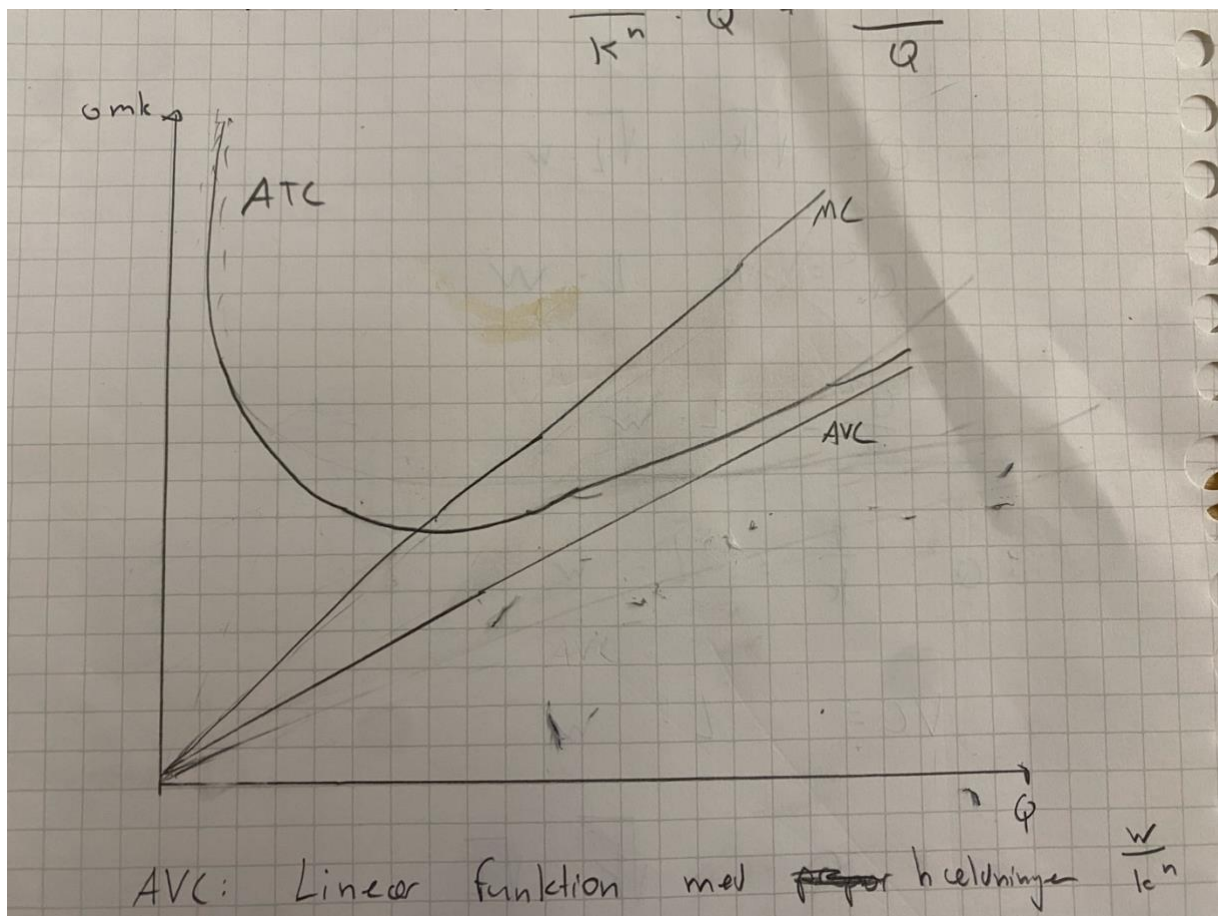
Mer generelt kan man sige, at forskellen mellem $VC(Q+1) - VC(Q)$:

$$= (Q+1)^2 - Q^2 = Q^2 + 2Q + 1 - Q^2 = 2Q + 1$$

mens MC altid er $2Q$. Forskellen mellem de to metoder til at beregne grænseproduktet vil altså i dette tilfælde altid være 1, og ikke afhænge af Q .

2.10

De tre grafer er tegnet nedenfor (bemærk lille ændring i forhold til 2.7 for at illustrere nogle pointer bedre):



MC kurven i forhold til AVC: Både MC og AVC er lineære funktioner. Den eneste forskel mellem de to er, at hældningen for MC kurven er 2, mens den for AVC kurven er 1. Det er årsagen til, at de er placeret som de er, og MC vokser stejlere end AVC.

MC kurven i forhold til ATC: I begyndelsen af ATC kurven er de marginale omkostninger lave, hvilket får kurven til at falde. Men efterhånden som de faste omkostninger udgør en mindre del af ATC, vil de marginale omkostninger udgøre en større del af ATC. På et tidspunkt vil ATC altså ikke falde yderligere, når der bliver produceret mere. Det er netop tilfældet i minima for ATC-kurven, og i dette punkt er det samtidig tilfældet at $MC = ATC$. Det kan forklares ud fra det faktum, at omkostningen ved at producere en ekstra enhed netop bestemmer, om ATC stiger eller falder, og hvis det hverken skal stige eller falde (som det er tilfældet i dets minima), må de to udtryk være lig hinanden (fordi MC ellers får ATC til at stige eller falde). De gennemsnitlige totale omkostninger er altså i dette punkt lig med, hvad de koster at producere en enhed yderligere. Fra dette punkt vil MC vokse, hvilket får ATC til at vokse.

2.11

Først findes ATC_{min} , hvorefter det fundne Q indsætter i ATC funktionen. Dette er gjort nedenfor.

$$\begin{aligned}
 ATC' &= \frac{w}{k^n} - \frac{r \cdot k^n}{Q^2} \\
 ATC_{min} = 0 &= \frac{w}{k^n} - \frac{r \cdot k^n}{Q^2} \\
 \frac{r \cdot k^n}{Q^2} &= \frac{w}{k^n} \\
 r \cdot k^n &= \frac{w \cdot Q^2}{k^n} \\
 r \cdot (k^n)^2 &= w \cdot Q^2 \\
 \frac{r \cdot (k^n)^2}{w} &= Q^2 \\
 kn \cdot \sqrt{\frac{r}{w}} &= Q \\
 ATC(Q_{min}) &= \frac{w}{k^n} \cdot (kn \cdot \sqrt{\frac{r}{w}}) + \frac{r \cdot k^n}{\sqrt{\frac{r}{w}} \cdot kn} \\
 ATC(Q_{min}) &= w \cdot \sqrt{r} \cdot \sqrt{w}^{-1} + \frac{r}{\sqrt{\frac{r}{w}}} \\
 ATC(Q_{min}) &= \sqrt{w} \cdot \sqrt{r} + r \cdot \sqrt{r} \cdot \sqrt{\frac{1}{w}} \\
 &= \sqrt{w} \cdot \sqrt{r} + \sqrt{r} \cdot \sqrt{r} \cdot \sqrt{w} \\
 &= \sqrt{w} \cdot \sqrt{r} + \sqrt{r} \cdot \sqrt{w} \\
 &= 2 \cdot \sqrt{r \cdot w}
 \end{aligned}$$

Det fundne Q_{min} indsættes nu i MC funktionen:

$$\begin{aligned}
 MC(Q_{min}) &= 2 \cdot \frac{w}{k^n} \cdot k^n \cdot \sqrt{\frac{r}{w}} \\
 MC(Q_{min}) &= 2 \cdot w \cdot \sqrt{r} \cdot \sqrt{\frac{1}{w}} \\
 &= 2 \cdot w \cdot \sqrt{r} \cdot \sqrt{w^{-1}} \\
 &= 2 \cdot \sqrt{r} \cdot \sqrt{w}
 \end{aligned}$$

Herfra fremgår det, at de to udtryk er lig hinanden i ATC's minima.

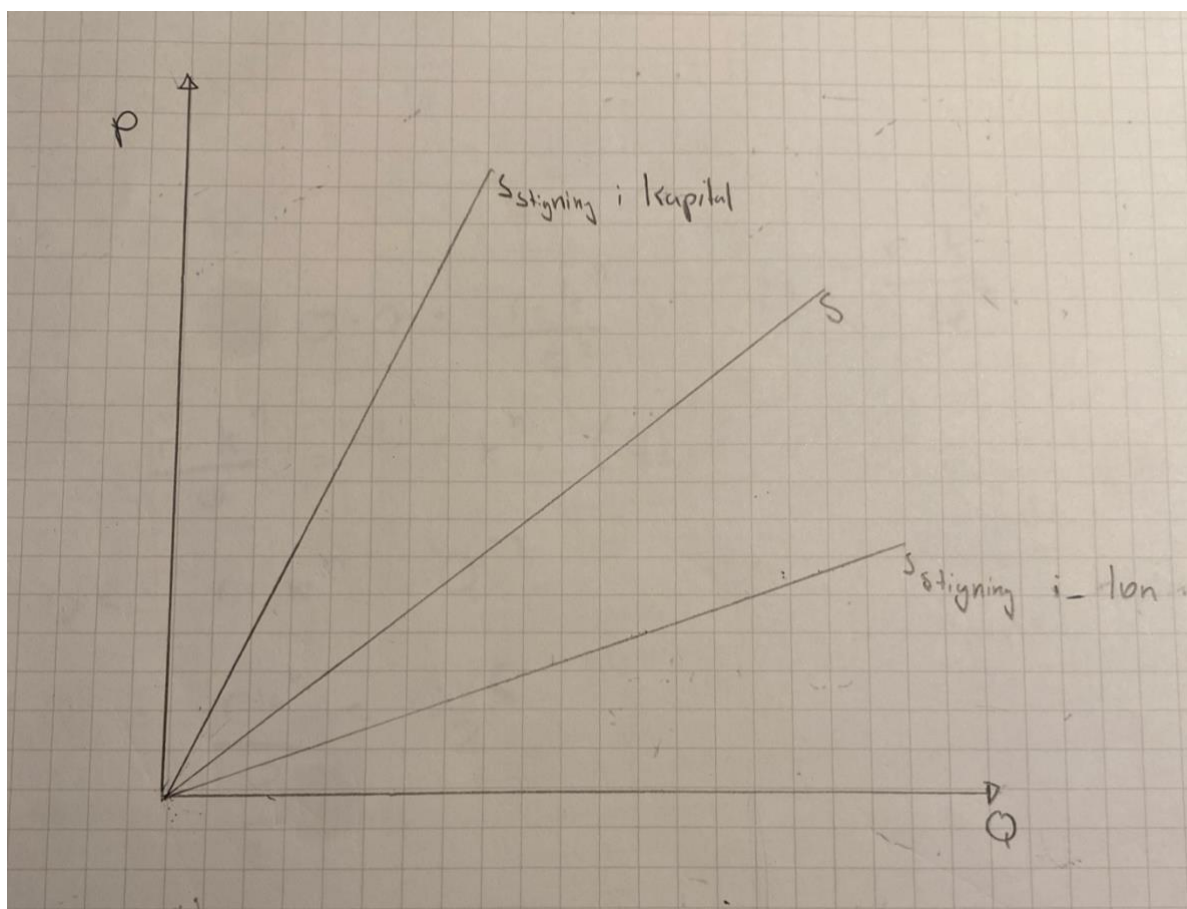
2.12

P isoleres i MC den fundne MC funktion for at finde udbudskurven på kort sigt. Dette er gjort nedenfor.

$$\begin{aligned}
 p &= 2 \cdot \frac{w}{k^n} \cdot Q^s \\
 p \cdot k^n &= 2 \cdot w \cdot Q^s \\
 \frac{1}{2} \cdot \frac{k^n}{w} \cdot p &= Q^s
 \end{aligned}$$

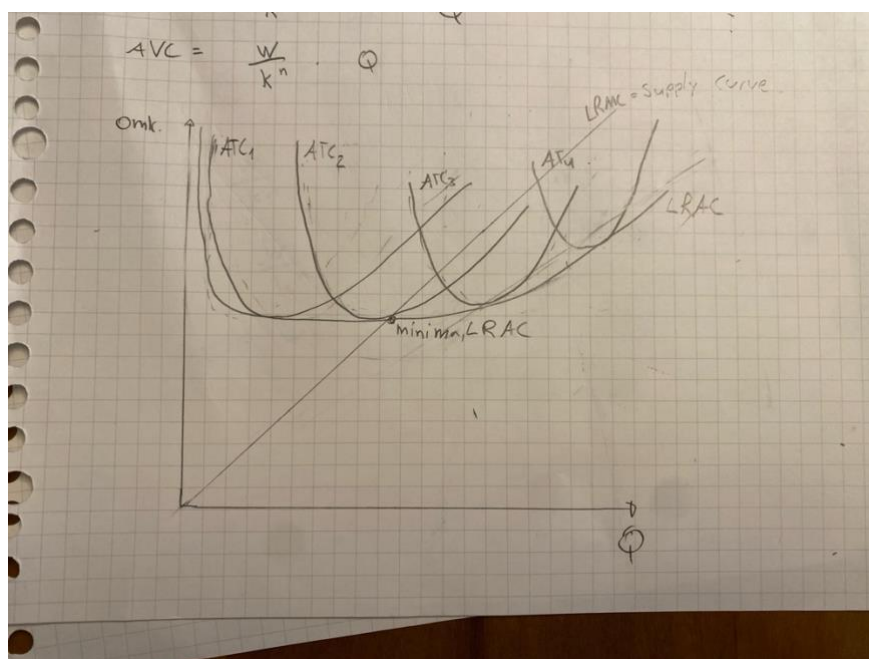
2.13

Når k^n stiger, bliver hele udtrykket større, hvilket vil sige, at der får givne priser vil blive udbudt en større mængde. Det modsatte gør sig gældende ved en stigning i w , her vil udtrykket ved givne priser blive mindre. Dette er grafisk illustreret nedenfor og giver intuitivt godt mening, idet en stigning i lønninger får produktionen til at falde ved givne priser, mens en større mængde kapital selvsagt får produktionen til at stige. Af graferne fremgår det også, at udbuddet er mere elastisk, når k^n bliver større, da små prisændringer her fører til større ændringer i udbuddet end før.



2.14

LRAC, LMC (som også er Long run supply curve), er tegnet nedenfor.



LRAC tangerer de forskellige ATC kurver i deres minima, fordi det antages, at udbydere på lang sigt (hvor kapital er variabel), omstiller deres produktion til de niveauer, hvor ATC er lavest. LRMC kurven skærer fortsat LRAC kurven i dens minima, af samme årsag som forklaret i opgave 2.1. Udbudskurven er på lang sigt lig LRMC kurven, fordi der på lang sigt ikke er nogle faste omkostninger.

2.15

Ja, det virker plausibelt, at virksomheder på kort sigt har en begrænset mængde kapital, mens den på længere sigt kan variere. Det virker også plausibelt, at MC kurven skærer LRAC kurven i dens minima ud fra definitionen for MC og LRAC. Der er dog nogle begrænsninger i forhold til udbudskurverne, da disse kun er lig LRMC (eller MC) under fuldkommen konkurrence, hvilket i virkeligheden sjældent er tilfældet. Udbudskurverne tager således ikke højde for markedsfejl, ændringer i priserne på inputs og andre forsimplede antagelser, m.m.