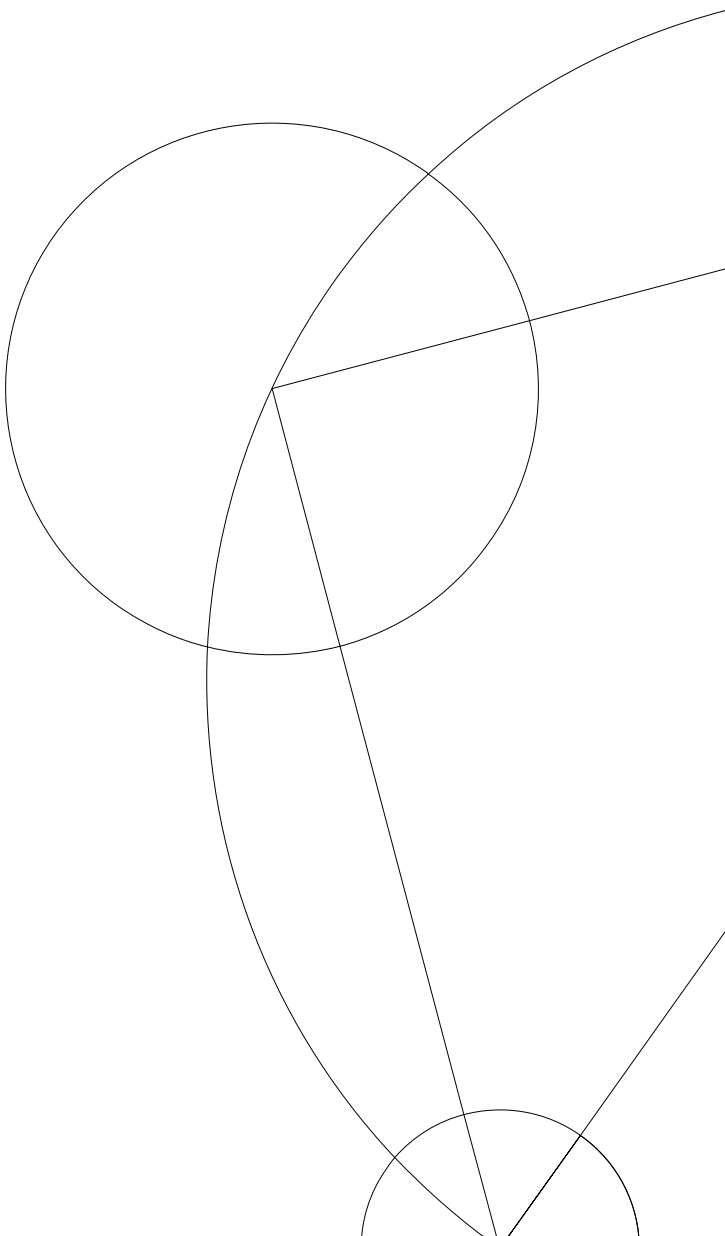
KØBENHAVNS UNIVERSITET

Ugeseddel 2 - Økonomisk Historie

Levi van Boekel



Økonomisk institut. 21. september 2024

Analytiske opgaver

Vi betragter en husholdning hvis præferencer er over forbrug, c og overlevende børn, n, er givet ved

$$u(c,n) = \ln(c) + \beta \ln(n) \tag{1}$$

Budgetrestriktionen er givet ved:

$$I = c + \zeta n + pb, \tag{2}$$

hvor p er en omkostning der påhviler husholdningen om barnet overlever eller ej. Variablen b er antallet af fødsler, mens σ er andelen, der overlever og bliver voksne (højere σ leder altså til lavere spædbarnsdødelighed). Vi har altså:

$$n = \sigma b, \quad 0 < \sigma < 1 \tag{3}$$

Spørgsmål 1

Vi skal maksimere familiens nytte med hensyn til n. Dvs:

$$\max_{n,c_t} \ln(c) + \beta \ln(n) \quad \text{u.b.b.} \quad I = c + \zeta n + p \cdot \frac{n}{\sigma} \tag{4}$$

Hvor omskrivningen af 2 er gyldig, idet $\sigma \neq 0$. Lagrance funktionen bliver:

$$\mathcal{L}(c,n) = \ln(c) + \beta \ln(n) - \lambda(I - c + \zeta n + p \cdot \frac{n}{\sigma}) \tag{5}$$

Herefter findes FOC:

$$\frac{1}{c} - \lambda = 0 \tag{6}$$

$$\frac{\beta}{n} - \lambda\zeta - \lambda\frac{p}{\sigma} = 0 \tag{7}$$

$$I - c + \zeta n - p \cdot \frac{n}{\sigma} = 0 \tag{8}$$

Vi udtrykker ligning 6 og 7 vha. alene n og c:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{c} \cdot \frac{n}{\beta} &= \frac{\lambda}{\lambda\zeta + \lambda\frac{p}{\sigma}} \\
\frac{1}{c} \cdot \frac{n}{\beta} &= \frac{1}{\zeta + \frac{p}{\sigma}} \\
\frac{1}{c} &= \frac{1}{\zeta + \frac{p}{\sigma}} \cdot \frac{\beta}{n} \\
c &= (\zeta + \frac{p}{\sigma}) \cdot \frac{n}{\beta}
\end{aligned}$$

Vi sætter herefter ind i ligning 8:

$$\begin{aligned}
(\zeta + \frac{p}{\sigma}) \cdot \frac{n}{\beta} + \zeta n + p \cdot (\frac{n}{\sigma}) &= I \\
(\zeta + \frac{p}{\sigma}) \cdot \frac{n}{\beta} + n \cdot (\zeta + \frac{p}{\sigma}) &= I \\
\frac{n}{\beta} + n &= \frac{I}{\zeta + \frac{p}{\sigma}} \\
n \cdot (\frac{1}{\beta} + 1) &= \frac{I}{\zeta + \frac{p}{\sigma}}
\end{aligned}$$

$$n \cdot (\frac{1+\beta}{\beta}) = \frac{I}{\zeta + \frac{p}{\sigma}}$$
$$n = \frac{\beta}{1+\beta} \cdot \frac{I}{\zeta + \frac{p}{\sigma}}$$

Hvor $\frac{p}{\sigma}$ står i nævneren, fordi en mindre spædbarnsdødelighed betyder, at forældrene skal *prøve* at få børn færre gange, og dermed samlet skal skal betale de *sunk cost* færre gange.

Spørgsmål 2

Der er flere dynamikker, der peger på, at husholdningerne bevidst har reguleret fertiliteten:

1. Udskydelse af ægteskab, som resulterede i at kvinder blev gift i en alder, hvor de ikke var mest fertile, typisk 24-26
2. En bevidst beslutning fra ca. 10-25 pct af alle kvinder aldrig at blive gift.
3. Lave utroskabsabsrater (ca. 3-4 pct.)
4. Spædbørn blev dræbt i nogle dele af asien (primært piger).

Spørgsmål 3

I kapitel 4 undersøger Clark sammenhængen og finder, at der i førindustrielle samfund (England, 1540-1790) var en meget svag sammenhæng mellem indkomst og fertilitet, hvorfor skift i fødselsrater i højere grad skyldes andre stød end skift i indkomsten. Han udfordrer også påstanden om, at udskydelse af ægteskab handler om at begrænse fertiliteten, da der empirisk ikke er noget tegn på, at individer i løbet af deres ægteskab begrænsede fertiliteten eller på anden vis var strategiske omkring det.

Spørgsmål 4

Det er en noglelunde antagelse, baseret på historiske data. I kapitel 5, argumenterer Clark for, at sammenhængen mellem indkomst og spædbarnsdødelighed er tvetydig, men peger i retning af, at dødeligheden faktisk steg, når indkomsten steg. I modellen vil en en negativ sammenhæng betyde, at der vil være to modsatrettede effekter, når indkomsten stiger (1) man har flere penge til børn, men (2) der skal bruges flere *forsøg* til at få et barn, hvorved de faste omkostninger stiger. Her vil det altså ikke længere være klart, om det optimale antal børn per familie er stigende i indkomsten.

Spørgsmål 5

Vi indsætter i ligningen:

$$L_{t+1} = \frac{\beta}{(1+\beta) \cdot \zeta + \frac{p}{\sigma}} \cdot I \cdot L_t + (1-\mu) \cdot L_t$$
$$L_{t+1} = \frac{\beta}{(1+\beta) \cdot \zeta + \frac{p}{\sigma}} \cdot A \cdot X^{1-\alpha} \cdot L_t^{\alpha} + (1-\mu) \cdot L_t \equiv \Phi(L_t)$$

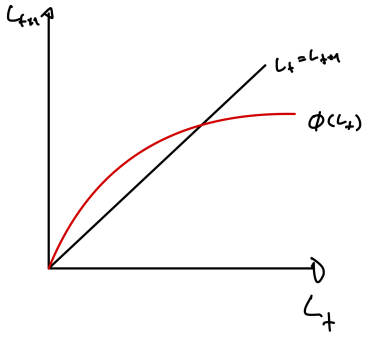
Spørgsmål 6

Det gælder, at:

$$\Phi(L_t)' = \frac{\beta}{(1+\beta) \cdot \zeta + \frac{p}{\sigma}} \cdot A \cdot \alpha \cdot X^{1-\alpha} \cdot L_t^{\alpha-1} + (1-\mu) \cdot > 0$$

$$\Phi(L_t)' = \frac{\beta}{(1+\beta)\cdot\zeta+\frac{p}{\sigma}} \cdot A \cdot \alpha \cdot (\alpha-1) \cdot X^{1-\alpha} \cdot L_t^{\alpha-2} < 0$$
$$\Phi(0) = 0$$
$$\lim_{L_t \to \infty} \phi(L_t)' = 0$$
$$\lim_{L_t \to 0} \phi(L_t)' = \infty$$

Vi har altså en entydig, global, steady state. Den er illustreret nedenfor:



Figur 1: Principskitse af fasediagrammet

Spørgsmål 7

Vi betragter følgende:

$$\frac{\beta}{(1+\beta)\cdot(\zeta+\frac{p}{\sigma})} \cdot A \cdot X^{1-\alpha} \cdot L_*^{\alpha} + (1-\mu)\cdot L_* - L_* = 0$$
$$\frac{\beta}{(1+\beta)\cdot(\zeta+\frac{p}{\sigma})} \cdot A \cdot X^{1-\alpha} \cdot L_*^{\alpha} - \mu L_* = 0$$
$$\frac{\beta}{(1+\beta)\cdot(\zeta+\frac{p}{\sigma})} \cdot A \cdot X^{1-\alpha} \cdot L_*^{\alpha} = -\mu L_*$$
$$\frac{\beta}{(1+\beta)\cdot(\zeta+\frac{p}{\sigma})\cdot\mu} \cdot A \cdot X^{1-\alpha} = L_*^{1-\alpha}$$
$$\left[\frac{\beta}{(1+\beta)\cdot(\zeta+\frac{p}{\sigma})\cdot\mu} \cdot A \cdot X^{1-\alpha}\right]^{\frac{1}{1-\alpha}} = L_*$$

Vi indsætter herefter i udtrykket for y_t. Altså:

$$y_t = A \cdot \left(\frac{X}{\left[\frac{\beta}{(1+\beta)\cdot(\zeta+\frac{p}{\sigma})\cdot\mu} \cdot A \cdot X^{1-\alpha}\right]^{\frac{1}{1-\alpha}}}\right)^{1-\alpha}$$
$$y_t = A \cdot \left(\frac{X}{\left[\frac{\beta}{(1+\beta)\cdot(\zeta+\frac{p}{\sigma})\cdot\mu} \cdot A\right]^{\frac{1}{1-\alpha}} X}\right)^{1-\alpha}$$
$$y_t = A \cdot \left(\frac{1}{\left[\frac{\beta}{(1+\beta)\cdot(\zeta+\frac{p}{\sigma})\cdot\mu} \cdot A\right]^{\frac{1}{1-\alpha}}}\right)^{1-\alpha}$$

$$y_t = \left(\frac{1}{\left[\frac{\beta}{(1+\beta)\cdot(\zeta+\frac{p}{\sigma})\cdot\mu} \right]^{\frac{1}{1-\alpha}}} \right)^{1-\alpha}$$
$$y_t = \left[\frac{\beta}{(1+\beta)\cdot(\zeta+\frac{p}{\sigma})\cdot\mu} \right]^{-1}$$
$$y_t = \frac{(1+\beta)\cdot(\zeta+\frac{p}{\sigma})\cdot\mu}{\beta}$$

Gennemsnitsindkomsten falder, når børnedødeligheden falder. Intuitionen er her, at udgifterne til børn falder, hvorfor husholdningerne får flere børn. Det betyder, at befolkningen vokser, hvilket i den Malthusianske logik sætter et nedadgående pres på lønningerne, idet der er aftagende grænseprodukt til arbejdskraft. Det samme gælder for voksendødeligheden, her en lavere dødelighed ligeledes føre til en større befolkning og derigennem en mindre indkomst per capita.

Spørgsmål 8

Spædbørnsdødeligheden var størst I Asien og Polynesien, da der her var en større *tradition* før at dræbe spædbørn (særligt piger). Omvendt var voksendødeligheden størst i Europa, idet der (1) var mindre tradition for at gøre rent i hjemmet og gå i bad, (2) urbanisering var mere udbredt og skabte flere sygdomme og (3) afføring og urin blev solgt til landmænd, hvorfor man passede bedre på det, mens det i Europa blot landede på gaden...

Spørgsmål 9

Hvis $p = 0$, vil der ikke være nogen *begrænsende* effekt på fertiliteten. Det betyder, at Asien vil opleve en mindre indkomst per capita, da den højere dødelighed nu ikke længere begrænser fertiliteten, og voksendødeligheden er størst i Europa (resultatet er dog kontraintuitivt, idet børnedødeligheden i Asien jo netop skyldes, at børnene blev dræbt af deres forældre..). Det passer med empirien, at indkomsten var størst i Europa.

Spørgsmål 10

Den samlede fertilitet var størst i Europa. Givet en konstant befolkning (i steady state), vil dødeligheden var lig fertiliteten. Derfor vil en højere dødelighed nødvendigvis føre til en højere fertilitet. Det er konsistent med modellen, idet fertiliteten afhænger positivt af indkomsten per capita og indkomsten var større i Europa.

Kortere opgaver

1.

Den teoretiske begrundelse for udsagnet hidrører fra, at dødeligheden er faldet, mens fødselsraten fortsat afhænger positivt af indkomsten, er det i direkte forlængelse af Malthusmodellen, at indkomsten per capita er faldet, omend det betyder, at der lever flere mennesker, som bliver ældre. Udsagnet understøttes af empirien på området (se f.eks. Clark, figur 3.3)

2.

En dagsløn til en familie på ca. 4-5 pund må regnes for at være subsistens indkomsten, idet en mand skal bruge ca. 2000-3000 kcal dagligt, og et pund hvede giver ca. 1500 kcal. Kun de asiatiske førindustrielle samfund lå i nærheden af denne grænse (det mindste observerede er ca. 4.5 i Japan). I nogle af de rigere samfund (med større dødelighed), var lønnen mellem 17-21 pund om dagen.

3.

Ja, det er der. For det første, tager målet ikke forbehold for relative hvedepriser, der typisk var lavere i byer, der producerede hvede i stor stil (f.eks. Warsaw). Derudover var hvede ikke en del af kosten i alle kulturer, samtidig med, at forbruget for en familie består af andre nødvendigheder (tøj, bolig, m.m.), som målet ignorerer.

4.

Logikken i tilgangen er, at der antages at være en positiv sammenhæng mellem kost og højde, hvor kosten afhænger af indkomsten. En større højde, vidner altså om en person, der har haft en bedre kost og dermed en højere indkomst. Svaghederne er f.eks., at højden også afhænger af geografi (Bergmans regel), hvor højden er tiltagende, jo længere væk man kommer fra ækvator, af genetiske årsager. Samtidig er der et selektionsproblem i forhold til hvilke lig, der er tilovers (konger, velhavende, osv.). I perioder, hvor man har data fra målinger er der det samme problem, da det typisk var soldater og straffefanger (modsatrettede effekter), der blev målt.