

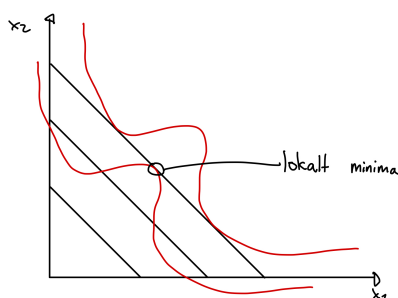


Ugeseddel 4 - Mikroøkonomi I

Levi van Boekel

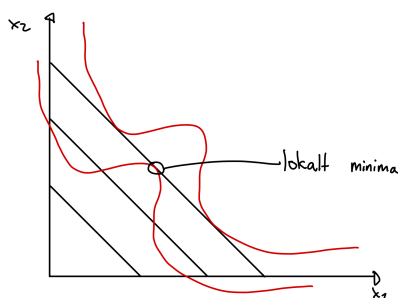
Opgave 1

(a.) Et grafisk eksempel på et forbrugerproblem med et lokalt, men ikke globalt, minimum, hvor budgetlinjen tangerer indifferenskurven er vist nedenfor:



Figur 1: Principskitse af et lokalt minimum, der tangerer indifferenskurven

(b.) Et grafisk eksempel på et forbrugerproblem med et globalt maksimum, hvor budgetlinjen ikke tangerer indifferenskurven, er vist nedenfor, hvor forbrugerens indifferenskurver har et *knæk* og derfor ikke er differentiable i det optimale punkt.



Figur 2: Principskitse af et globalt maksimum, der tangerer ikke indifferenskurven

Opgave 2

2.1

Vi betragter nyttefunktionen:

$$u(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2 \quad (1)$$

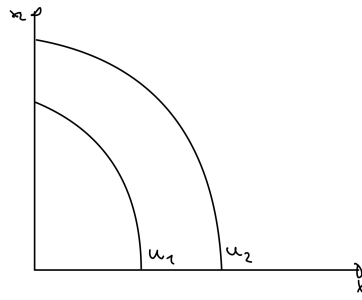
(a.) Indifferenskurverne er da på formen:

$$k = x_1^2 + x_2^2 \longleftrightarrow x_2 = \sqrt{k - x_1^2}$$

Vi finder nu den første og andensordens afledte:

$$\begin{aligned} x_2' &= \frac{1}{2 \cdot \sqrt{k - x_1^2}} \cdot (-2x_1) \longleftrightarrow \frac{1}{(k - x_1^2)^{\frac{1}{2}}} \cdot (-x_1) \longleftrightarrow (k - x_1^2)^{-\frac{1}{2}} \cdot (-x_1) < 0 \\ x_2'' &= -\frac{1}{2} \cdot (k - x_1^2)^{-\frac{3}{2}} \cdot (-2x_1) \cdot (-x_1) + (k - x_1^2)^{-\frac{1}{2}} \cdot (-1) < 0 \end{aligned}$$

Altså er indifferenskurven konkav, og har formen:

Figur 3: Principskitse af indifferenskurven for u

(b.) MRS er givet ved:

$$MRS = \frac{2x_1}{2x_2} = \frac{x_1}{x_2} \quad (2)$$

(c.) Vi tjekker om essentialitet ved først at betragte $\lim_{x_1 \rightarrow 0} MRS$, og ser, at $\rightarrow 0$. På samme måde ser vi, at $MRS \rightarrow \infty$, når $\lim_{x_2 \rightarrow 0} MRS$. Da det for essentielle goder gælder, at den første grænseværdi er lig ∞ og den anden er lig 0. Ser vi, at der ikke er essentialitet i nogle af de to goder, hvorfor der kan forekomme randløsninger i både $x_1 = 0$ og $x_2 = 0$.

(d.) Vi ser, at funktionen er differentiabel, samtidig med, at præferencerne er monotone, idet alle punkter nörd øst for et givet punkt ligger i det indre af den øvre konturmængde. Derfor vil alle indre løsninger være karakteriseret ved $|MRS| = \frac{p_1}{p_2}$. Da funktionen ikke er konveks (linearkombinationer af to punkter på en indifferenskurve ligger ikke i det indre af den øvre konturmængde) vil det gælde, at indre løsninger kan være minima.

(d.) Maksimeringsproblemet opstilles, hvor $\leq$ er erstattet med $=$, som følge af de monotone præferencer:

$$\max_{x_1, x_2} x_1^2 + x_2^2 \quad \text{u.b.b.} \quad p_1 x_1 + p_2 x_2 = m \quad (3)$$

Lagrange funktionen bliver:

$$\mathcal{L}(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2 - \lambda(m - p_1 x_1 - p_2 x_2) \quad (4)$$

FOCS er:

$$2x_1 - \lambda p_1 = 0 \quad (5)$$

$$2x_2 - \lambda p_2 = 0 \quad (6)$$

$$m - p_1 x_1 - p_2 x_2 = 0 \quad (7)$$

Vi omskriver 5 og 6:

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{p_1}{p_2} \longleftrightarrow x_1 = \frac{p_1}{p_2} \cdot x_2$$

Vi indsætter i 3 for at finde det optimale forbrug af x_2 :

$$\begin{aligned} p_1 \cdot \left(\frac{p_1}{p_2} \cdot x_2\right) + p_2 x_2 &= m \\ \frac{p_1^2}{p_2} \cdot x_2 + p_2 x_2 &= m \\ x_2 \left(\frac{p_1^2}{p_2} + p_2\right) &= m \end{aligned}$$

$$x_2^* = \frac{m}{\frac{p_1^2 + p_2^2}{p_2}} \longleftrightarrow \frac{m}{p_1^2 + p_2^2} \cdot p_2$$

Og indsætter herefter tilbage for at finde den tilhørende værdi af x_1 :

$$x_1^* = \frac{p_1}{p_2} \cdot \frac{m}{p_1^2 + p_2^2} \cdot p_2$$

$$x_1^* = \frac{m}{p_1^2 + p_2^2} \cdot p_1$$

Idet funktionen er strengt konkav, kan vi dog ikke være sikre på, at den indre løsning er et maksimum. Vi finder derfor nytteniveauet:

$$\begin{aligned} u\left(\frac{m}{p_1^2 + p_2^2} \cdot p_1, \frac{m}{p_1^2 + p_2^2} \cdot p_2\right) &= \left(\frac{m}{p_1^2 + p_2^2} \cdot p_1\right) + \left(\frac{m}{p_1^2 + p_2^2} \cdot p_2\right)^2 \\ &= \frac{m^2}{(p_1^2 + p_2^2)^2} p_1^2 + \frac{m^2}{(p_1^2 + p_2^2)^2} p_2^2 \\ &= \frac{m^2 p_1^2 + m^2 p_2^2}{(p_1^2 + p_2^2)^2} \\ &= \frac{m^2 \cdot (p_1 + p_2)^2}{(p_1^2 + p_2^2)^2} \\ &= \frac{m^2}{p_1^2 + p_2^2} \end{aligned}$$

Vi tjekker herefter de to randløsninger.

$$u\left(\frac{m}{p_1^2}, 0\right) = \frac{m^2}{p_1^2}$$

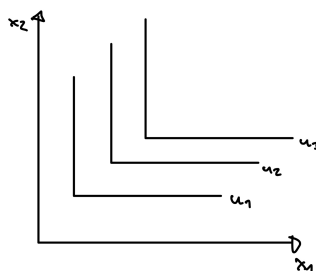
$$u\left(0, \frac{m}{p_2^2}\right) = \frac{m^2}{p_2^2}$$

Da, $p_1, p_2 > 0$, gælder det, at de to randløsninger er strengt større end den indre løsning. Vi ser, at såfremt $p_2 > p_1$, vil u_{x1} være størst og at u_{x2} er størst, hvis $p_2 < p_1$. Løsningsmængden bliver derfor:

$$\begin{cases} \left(\frac{m}{p_1^2}, 0\right) & \text{hvis } p_2 > p_1 \\ \left(\frac{m}{p_1^2}, 0\right), \left(0, \frac{m}{p_2^2}\right) & \text{hvis } p_2 = p_1 \\ \left(0, \frac{m}{p_2^2}\right) & \text{hvis } p_2 < p_1 \end{cases} \quad (8)$$

2.2

(i.) Indifferenskurven for perfekte komplementer er tegnet nedenfor:



Figur 4: Principskitse af indifferenskurve

(ii.) MRS er ikke veldefineret. Vi kan dog, løst sagt, sige, at $|MRS|$ er lig 0, hvis $x_1 > x_2$ (svarende til, at man ikke er villig til at opgive nogle enheder af x_2 for en yderligere enhed x_1). For $x_2 > x_1$, vil det omvendt gælde, at $|MRS| = \infty$, da man er villig til at opgive *uendelig meget* af x_2 for at få en enhed af x_1 .

(iii.) Vi kan ikke bruge vores sædvanlige kriterium om essentialitet, men i stedet kan vi se, at indifferenskurverne aldrig skærer første eller andenaksen, er begge goder essentielle og dermed er der ingen randløsninger.

(iv.) Nej, det indre optimum vil ikke være karakteriseret ved $MRS = \frac{p_1}{p_2}$, idet funktionen ikke er differentiabel i punktet. Det optimale punkt er da i *knækket*.

(v.) Forbrugerens maksimeringsproblem er:

$$\max_{x_1, x_2} \min(x_1, x_2) \quad \text{u.b.b.} \quad x_1 p_1 + x_2 p_2 \leq m \quad (9)$$

Vi ved, at der for perfekte komplementær gælder, at de forbruges i et fast forhold. I dette tilfælde, er det 1:1. Vi har da, at: $x_1 = x_2$. Vi ser samtidig, at funktionen er strengt monoton i knækket (dvs. alle punkter nördøst herfor ligger i det indre af den øvre konturmængde). Vi har da:

$$p_1 x_1 + p_2 x_1 = m \longleftrightarrow x_1 = \frac{m}{p_1 + p_2}$$

Og da $x_1 = x_2$ er det ligeledes det optimale forbrug for x_2 . Altså:

$$(x_1^*, x_2^*) \in \left(\frac{m}{p_1 + p_2}, \frac{m}{p_1 + p_2} \right) \quad (10)$$

Skitsen er vist nedenfor.

Opgave 3

Vi betragter en forbruger med nyttefunktionen:

$$u(x_1, x_2) = x_1^\alpha x_2^{1-\alpha} \quad (11)$$

3.1

Vi opstiller maksimeringsproblemet. Vi ved, at præferencerne er monotone og strengt konvekse, da alle punkter nördøst for et givent punkt ligger i det indre af den øvre konturmængde, og linearkombinationer af alle punkter på en indifferenskurve ligger i det indre af den øvre konturmængde. Da kan vi skrive =

$$\max_{x_1, x_2} x_1^\alpha x_2^{1-\alpha} \quad \text{u.b.b.} \quad x_1 p_1 + x_2 p_2 = m \quad (12)$$

Lagrange bliver:

$$\mathcal{L}(x_1, x_2) = x_1^\alpha x_2^{1-\alpha} - \lambda(m - p_1 x_1 - p_2 x_2) \quad (13)$$

FOC:

$$\begin{aligned} \alpha \cdot x_1^{\alpha-1} x_2^{1-\alpha} - \lambda p_1 &= 0 \\ (1 - \alpha) \cdot x_1^\alpha x_2^{-\alpha} - \lambda p_2 &= 0 \end{aligned}$$

$$m - p_1x_1 - p_2x_2 = 0$$

Vi får:

$$\begin{aligned}\frac{\alpha \cdot x_1^{\alpha-1} x_2^{1-\alpha}}{(1-\alpha) \cdot x_1^\alpha x_2^{-\alpha}} &= \frac{p_1}{p_2} \\ \frac{\alpha}{(1-\alpha)} x_1^{-1} x_2 &= \frac{p_1}{p_2} \\ x_2 &= \frac{p_1}{p_2} x_1 \frac{(1-\alpha)}{\alpha}\end{aligned}$$

Vi indsætter i budgetbegrænsningen:

$$\begin{aligned}x_1 \cdot p_1 + p_1 x_1 \frac{(1-\alpha)}{\alpha} &= m \\ x_1 p_1 \left(\frac{\alpha}{\alpha} + \frac{(1-\alpha)}{\alpha} \right) &= m \\ x_1 p_1 \frac{1}{\alpha} &= m \\ x_1^* &= m \cdot \frac{\alpha}{p_1}\end{aligned}$$

Vi indsætter nu det fundne x_1 ind i udtrykket for x_2 :

$$\begin{aligned}x_2 &= \frac{p_1}{p_2} m \cdot \frac{\alpha}{p_1} \cdot \frac{(1-\alpha)}{\alpha} \\ x_2^* &= m \frac{(1-\alpha)}{p_2}\end{aligned}$$

Efterspørgselsfunktionen er da:

$$u^*(x_1, x_2, m) = \left(m \frac{\alpha}{p_1}, m \frac{(1-\alpha)}{p_2} \right)$$

3.2

Efterspørgselsfunktionen, som funktion af indkomsten, er nøjagtig den samme, men nu lader vi priserne være faste. Altså:

$$u^*(x_1, x_2, m) = \left(m \frac{\alpha}{\tilde{p}_1}, m \frac{(1-\alpha)}{\tilde{p}_2} \right)$$

3.3

Vi ser, at indkomstefterspørgselskurven i de tre tilfælde er givet ved:

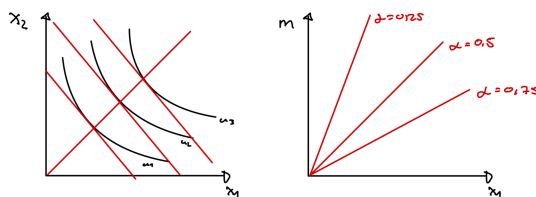
$$x_1' = m \cdot \frac{0.25}{\tilde{p}_1} \quad x_1'' = m \cdot \frac{0.5}{\tilde{p}_1} \quad x_1''' = m \cdot \frac{0.75}{\tilde{p}_1}$$

Som er det samme som:

$$\frac{x_1' \tilde{p}_1}{0.25} = m \quad \frac{x_1'' \tilde{p}_1}{0.5} = m \quad \frac{x_1''' \tilde{p}_1}{0.75} = m$$

I et m, x_1 diagram, vil den lineære funktion altså blive stejlere, når α stiger, svarende til, at efterspørgslen for en given indkomst stiger. Omvendt vil den lineære funktion blive fladere, i et x_1, m diagram, når α stiger, idet en mindre indkomst afstedkommer en given efterspørgsel. Det vil nogle gange være nyttigt at tegne dem i et x_1, m diagram, idet indifferenskurver og budgetlinjer ofte tegnes

i et x_1, x_2 diagram. Nedenfor er en principskitse for en af de tre (her bliver kurven mindre stejl, når α stiger).



Figur 5: Principskitse af indkomstofferkurve og indkomstefterspørgselskurve (bemærk kun $\alpha = 0.5$ passer til offerkurven)

3.4

Vi differentierer det optimale forbrug af x_1 med hensyn til indkomsten og får:

$$\frac{\delta x_1^*}{m} = \frac{\alpha}{p_1} > 0 \quad (14)$$

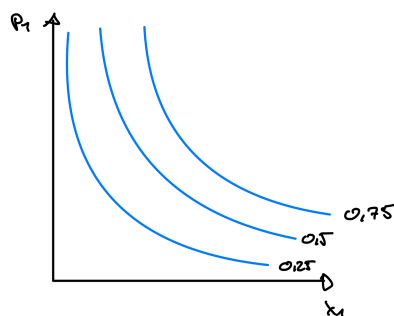
Da er godet et normalt gode, idet forbruget bevæger sig i samme retning som indkomsten. Det er ikke et luksusgode, idet parameteren ikke ændrer sig, og en øget indkomst dermed ikke øger forbruget mere end selve indkomstændringen.

3.5

Egenpris-efterspørgselskurven er givet ved:

$$\tilde{p}_1 = m \cdot \frac{0.25}{x_1} \quad \tilde{p}_1 = m \cdot \frac{0.5}{x_2} \quad \tilde{p}_1 = m \cdot \frac{0.75}{x_2}$$

Som kan skitseres ved:



Figur 6: Principskitse af egenpris-efterspørgselskurven

Alternativt kan vi skrive udtrykkene som:

$$\tilde{x}_1 = m \cdot \frac{0.25}{\tilde{p}_1} \quad \tilde{x}_1 = m \cdot \frac{0.5}{\tilde{p}_1} \quad \tilde{x}_1 = m \cdot \frac{0.75}{\tilde{p}_1} x_2$$

Og opnå nøjagtig den samme graf, men med inverterede akser.

3.6

Vi ser, at:

$$\frac{\delta x_1}{\delta p_1} = -m \cdot \frac{\alpha}{p_1^2} \quad (15)$$

Dvs. efterspørgslen falder, når prisen stiger og vice versa. Da hverken m eller α kan være negative, vil x_1 , da aldrig være et Giffen gode, da det her ville skulle gælde, at en prisstigning øger efterspørgslen og vice versa.

Opgave 4

Vi betragter en forbruger med præferencerne givet ved:

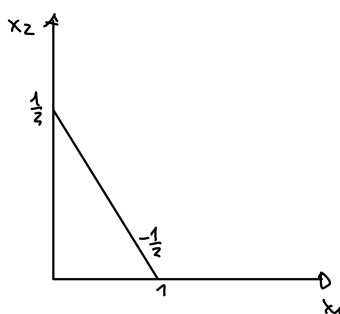
$$u(x_1, x_2) = \min\{x_1 + 1, 2x_1 + 2x_2\} \quad (16)$$

4.1

For mængden af forbrugsbundter, der ligger i knækket, skal der gælde, at:

$$x_1 + 1 = 2x_1 + 2x_2 \longleftrightarrow x_2 = -\frac{1}{2}x_1 + \frac{1}{2} \quad (17)$$

De er illustreret på linjen nedenfor:



Figur 7: Principskitse af optimale punkter

4.2

For at finde indifferenskurverne, skal vi betragte udtryk 16 i de to tilfælde, hvor hhv. $x_1 + 1 > 2x_1 + 2x_2$ og $x_1 + 1 < 2x_1 + 2x_2$. Vi starter med at betragte tilfældet, hvor $x_1 + 1 < 2x_1 + 2x_2$, da det vil være her, at $x_1 + 1$ gælder. Altså:

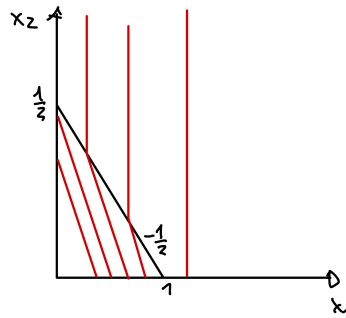
$$\begin{aligned} x_1 + 1 &< 2x_1 + 2x_2 \\ -\frac{1}{2}x_1 + \frac{1}{2} &< x_2 \end{aligned}$$

Vi ved altså, at forbrugerens nytte her er givet ved $x_1 + 1$. Indifferenskurverne har altså formen: $k = x_1 + 1 \longleftrightarrow k - 1 = x_1$. I det modsatte tilfælde, dvs. $2x_1 + 2x_2$ gælder, må vi kræve, at:

$$\begin{aligned} x_1 + 1 &> 2x_1 + 2x_2 \\ -x_1 + 1 &> 2x_2 \end{aligned}$$

$$-\frac{1}{2}x_1 + \frac{1}{2} > x_2$$

Vi befinder os da nu inden under de optimale punkter, hvor det gælder, at indifferenskurverne er givet ved: $k = 2x_1 + 2x_2 \iff \frac{1}{2}k - x_1 = x_2$. Indifferenskurverne kan altså skitseres som følger: (1) indtil de *rammer* de optimale punkter, vil de være rette linjer ved $k - 1$, i det de skærer, opfylder de 17, og lige efter, har de en hurtigere hældning givet ved -1 . Altså:



Figur 8: Principskitse af indifferenskurve

4.3

Da vi ved, at der for komplementer gælder, at alle punkter nordøst for knæpunkter ligger i det indre af den øvre konturmængde, kan vi indsætte x_1 i budgetlinjen og løse for x_2 . Da:

$$\begin{aligned}(1 - 2x_2)p_1 + x_2p_2 &= m \\ p_1 - 2x_2p_1 + x_2p_2 &= m \\ x_2(-2p_1 + p_2) &= m - p_1 \\ x_2 &= \frac{m - p_1}{-2p_1 + p_2}\end{aligned}$$

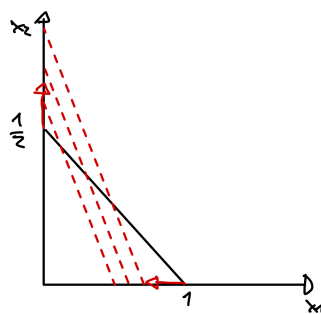
x_1 findes nu ved indsættelse:

$$\begin{aligned}x_1 &= \frac{-2p_1 + p_2}{-2p_1 + p_2} - \frac{2(m - p_1)}{-2p_1 + p_2} \\ x_1 &= \frac{-2m + p_2}{-2p_1 + p_2}\end{aligned}$$

Efterspørgslen efter de to varer er da givet ved:

$$\{x_1, x_2\} \in \left(\frac{-2m + p_2}{-2p_1 + p_2}, \frac{m - p_1}{-2p_1 + p_2} \right) \quad (18)$$

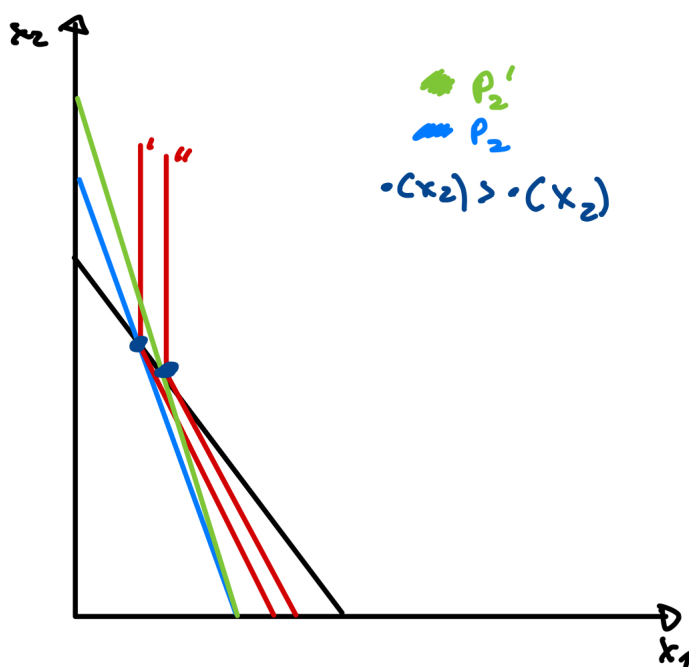
Det er givet, at $p_1 > p_2$. Det sikrer, at nævneren af brøken altid er negativ. Omvendt sikrer, $\frac{p_1}{m} < m < p_1$, at budgetlinjen altid vil skære linjen af optimale punkter. Det er vigtigt, da vi ellers havner i en situation hvor der enten gælder, at $k - 1 = x_1$, dvs forbruget er alene begrænset til x_1 , eller, at de to goder er perfekte substitutter, dvs. $\frac{1}{2}k - x_1 = x_2$. Det er grafisk illustreret nedenfor:



Figur 9: Illustration af betingelserne

4.4

Vi har illustreret at gode 2 er et Giffengode nedenfor, idet et prisfald på varen mindsker efterspørgslen heraf.



Figur 10: Illustration Giffengoder

Intuitionen er, at forbrugeren initialt ligger i et punkt på randpunktet, hvor et øget forbruget af x_2 ikke øger hans nytte. Hvis x_2 da falder i pris, vil der ikke være nogen substitutionseffekt, men idet x_2 er blevet billigere, vil forbrugeren nu vælge at købe flere enheder x_1 . Det vil omvendt mindske hans behov for x_2 (jf. formen på knækkurven), hvorfor han de facto forbruger mindre x_2 . Der er altså en todelt effekt!

4.5

Vi viser nu analytisk at vare 2 er et giffengode, ved at differentiere efterspørgslen mht. prisen på vare 2. Da:

$$\frac{\delta x_2}{\delta p_2} = \frac{0 - ((m - p_1))}{(-2p_1 + p_2)^2}$$

$$= \frac{-m + p_1}{(-2p_1 + p_2)^2}$$

Idet $p_1 > m$, er tælleren positiv, hvorfor en prisstigning af vare 2 netop øger forbruget heraf.

1 Opgave 5

En forbruger lever i en verden med 2 varer, som han bruger hele sin indkomst på. Ved priserne $(p_1, p_2) = (2, 4)$, efterspørger han $(x_1, x_2) = (2, 1)$. Ved priserne $(p'_1, p'_2) = (6, 3)$, efterspørger han $(x'_1, x'_2) = (1, 2)$.

1.1 5.1, 5.2 & 5.3

Den ønskede 2X2 tabel er tegnet nedenfor:

		Bundt	
		1	2
Priser	1	8	6*
	2	15	12

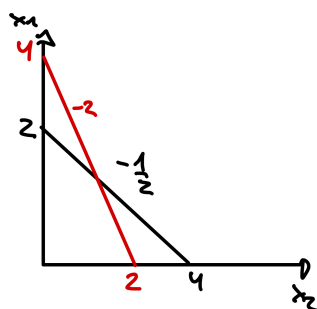
Figur 11: 2x2 tabel med forbrugsbundt til givne priser

Budgetlinjerne er:

$$2x_1 + 4x_2 = 8 \longleftrightarrow x_2 = 2 - \frac{1}{2}x_1$$

$$6x_1 + 3x_2 = 12 \longleftrightarrow x_2 = 4 - 2x_1$$

I første tilfælde skulle man opgive 0.5 enheder af vare 2 for at få en yderligere vare 1, mens man i det andet tilfælde skal opgive 2 enheder af vare 2 for at få en yderligere enhed af vare 1. Det er illustreret nedenfor:



Figur 12: Principskitse af budgetlinjerne

Hvis Arne er rationel, foretrækker han x over x' , idet han ved de første priser har mulighed for at købe x' , men vælger at købe x . Det stemmer i overens med WARP, der netop tilsiger, at hvis to bundt, x og x' vælges, ved priser p og q , så må det ikke gælde, at det bundt, der blev foretrukket i første omgang (ved at vælge det, når et andet var indenfor budgetmængden) fravælges i anden omgang, hvis

forbrugeren havde mulighed for at købe det. Det må altså ikke gælde, at: $p_1x_1 + p_2x_2 \geq p_1x'_1 + p_2x'_2$, OG $q_1 + x'_1 + q_2 + x'_2 \geq q_1 + x_1 + q_2 + x_2$.

Arne kunne have handlet i modstrid med WARP, hvis priserne var ændret til (3,6) i stedet og han her ville have valgt bundt 2. Her ville priserne nemlig være hhv. 12 og 15, dvs. han havde i det tilfælde foretrukket varebundt 2, selvom 1 var tilgængeligt, hvilket er i strid med WARP, idet han netop foretrak gode 1 ved priser 1.

5.4

Tabellen bliver her: Det er klart, at hun overtræder WARP, idet hun foretrækker bundt 1 over 2

		Bundt	
		1	2
Priser	1	12	12*
	2	12*	15

Figur 13: 2x2 tabel med forbrugsbundt til givne priser

bundt ved de første priser, og ved de næste priser foretrækker bundt 2 over bundt 1 (idet bundt 1 ligger i hendes budgetmængde, men hun ikke køber det).

Opgave 6

En forbruger bruger hele sin indkomst på to varer. Ved $p = (p_1, p_2) = (2, 1)$ efterspørger han $x = (x_1, x_2) = (2, 8)$. Ved priserne $p' = (1, 1)$ efterspørger han $x' = (3, 5)$.

6.1, 6.2

Tabellen er vist nedenfor:

		Bundt	
		1	2
Priser	1	12	11*
	2	10	8

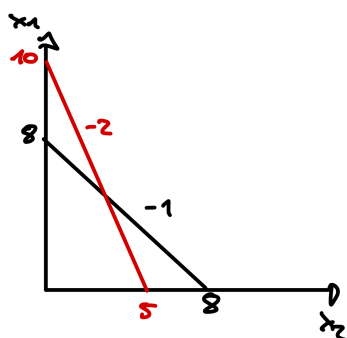
Figur 14: 2x2 tabel med forbrugsbundt til givne priser

Budgetlinjerne opfylder, at:

$$2x_1 + x_2 = 10 \longleftrightarrow x_2 = 10 - 2x_1$$

$$x_1 + x_2 = 8 \longleftrightarrow x_2 = 8 - x_1$$

Skitseret nedenfor: Hvis Chris er rationel, foretrækkes x over x' .



Figur 15: 2x2 tabel med forbrugsbundt til givne priser

6.3

Ja, SARP foretrækker Chris x over x'' , idet han foretrækker x over x' og x' foretrækkes overfor x'' . Derfor gælder det jf. transitivitet af SARP, at Chris foretrækker x over x'' .

6.4

Vi får nu at vide, at Chris efterspurgte x'' ved priserne p . Tabellen bliver da:

		Bundt		
		1	2	3
Priser	1	12	11 [*]	13
	2	10	8	7 [*]
	1	12 [*]	11 [*]	13

Figur 16: 3x3 tabel med forbrugsbundt til givne priser

Det er oplagt i strid med både WARP og SARP. Først ser vi, at vare 1 foretrækkes for varebundt 2, hvorefter varebundt 2 foretrækkes for varebundt 3. I tredje situation foretrækkes dog varebundt 3 over varebundt 1 og varebundt 2. Det er i strid med SARP, fordi det jf. transitivitet gælder, at varebundt 1 bør være foretrukket varebundt 3 (jf. anden række), og det er oplagt i strid med WARP, fordi Chris ved priser 2 foretrak varebundt 2 over varebundt 3, men han nu foretrækker varebundt 3 over varebundt 2.