



Ugeseddel 2 - Mikroøkonomi I

Levi van Boekel

Opgave 1

Vi antager, at der er to varer ($x_1 \wedge x_2$) med priser, p_1 og p_2 . Disse kan ikke forbruges i negative mængder. Budgetmængden for forbrugeren med en indkomst m , er da oplagt givet ved:

$$\{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}_+^2 \mid p_1 x_1 + p_2 x_2 \leq m\}$$

Opgave 2

2.A

Budgetlinjen fra opgaven er givet ved:

$$x_2 = 30 - x_1 \cdot \frac{1}{2}$$

2.B

Hvis Adam vælger at forbruge hele sin indkomst på snacks, kan han forbruge 60 enheder ($\frac{600}{10}$), mens han kan forbruge 30 enheder drinks, hvis han bruger hele sin indkomst på drinks ($\frac{600}{20}$). Det kan desuden nemt aflæses af budgetlinjen.

2.C

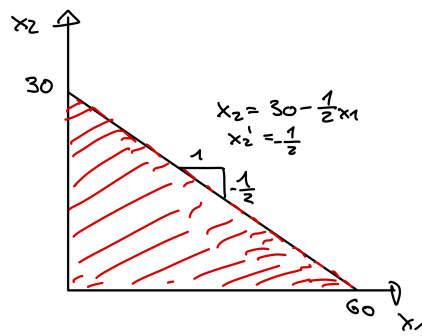
Hældningen på Adams budgetlinje er givet ved: $\frac{1}{2}$, som kan tolkes som, at Adam skal opgive $\frac{1}{2}$ enhed af vare 2, for at kunne forbruge en enhed mere af vare 1. Omvendt kan det også betyde, at Adam modtager $\frac{1}{2}$ enhed af vare 2, ved at opgive forbruget af en enhed vare 1.

2.D

Budgetmængden fra opgaven er givet ved:

$$\{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}_+^2 \mid 10x_1 + 20x_2 \leq 600\} \longleftrightarrow \{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}_+^2 \mid x_2 \leq \frac{600 - 10x_1}{20}\}$$

Omskrivningen kan tolkes som at den mængde x_2 forbrugeren kan forbruge skal være mindre eller lig det budget forbrugeren har tilbage efter at forbruge x_1 enheder af af den første vare, divideret med hvad vare 2 koster. Den er illustreret nedenfor:



Figur 1: Budgetmængden for Adam illustreret

2.E

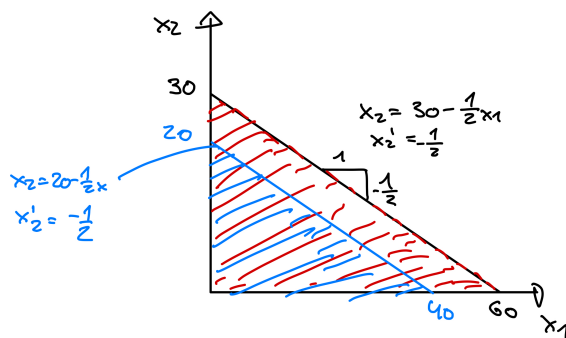
Den relative pris mellem drinks og snacks angiver, hvor mange af den ene vare man skal opgive, for at få mere af den anden. I ovenstående budgetmængde er det givet ved hældningen, der tilsiger, at man for at forbruge en enhed mere af snacks, må afgive en halv enhed drinks. Samtidig kan man forbruge en halv enhed mere af drinks ved at forbruge en enhed mindre af snacks, osv.

2.D

Eva vil have den samme budgetmængde som Adam, med den eneste forskel, at selve budgettet falder med 200, da:

$$\{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}_+^2 \mid 10x_1 + 20x_2 \leq 400\} \longleftrightarrow \{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}_+^2 \mid x_2 \leq \frac{400 - 20 \cdot 10x_1}{20}\}$$

Hældningen vil da være fuldstændig identisk, men blot skære andenaksen i 20 og førsteaksen i 40. Grafisk vil det se ud som følger:



Figur 2: Budgetmængden for Eva illustreret

2.G

Det ses grafisk (og kan let indses intuitivt), at Adam har flere forbrugsmuligheder end Eva, uanset priserne, da han har højere budget og hans Evas budgetmængde derfor altid vil være en delmængde af hans.

2.H

Der vil ikke ske noget, hvis priserne og indkomsten fordobles. Adam kan således fortsat forbruge 30 enheder af vare 2 ($\frac{1200}{40}$) og 60 enheder af vare 1 ($\frac{1200}{20}$). Det samme gælder for Eva, men vises ikke.

2.I

Hvis snacks (og prisen på drinks er uændret) bliver dyrere, betyder det, at man får flere drinks ved at opgive en enhed heraf. Derfor bliver hældningen stejlere. En mere analytisk måde at indse det på, er ved at betragte skæringerne og se, at skæringen med andenaksen ikke ændrer sig, men hældningen med førsteaksen rykker indad, fordi $\frac{m}{p_1}$ falder, når p_1 stiger.

Opgave 3

3.A

Budgetlinjen er givet ved:

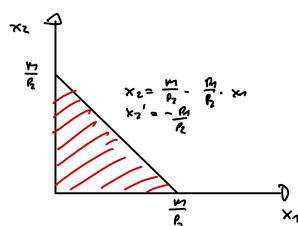
$$x_2 = \frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2} \cdot x_1$$

Mens budgetmængden indeholder alle punkter, der opfylder:

$$\{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}_+^2 \mid p_1 x_1 + p_2 x_2 \leq m\} \longleftrightarrow \{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}_+^2 \mid x_2 \leq \frac{m - p_1 x_1}{p_2}\}$$

3.B

Budgetlinjen og budgetmængden er indtegnet nedenfor:



Figur 3: Den generelle budgetmængde- og linje

3.C

Betingelsen for det nye forbrugsmulighedsområde tilsiger, at forbruget af x_2 nu er begrænset til $\bar{x}_2$. Det kan f.eks. være grundet en krise, hvor en gruppe goder bliver rationaliseret. Budgetlinjen vil nu være givet ved:

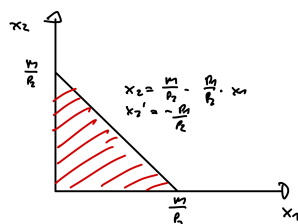
$$\begin{cases} x_2 = \frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2} \cdot x_1 & \text{hvis } x_2 \leq \bar{x}_2 \\ x_2 = \bar{x}_2 & \text{hvis } x_2 > \bar{x}_2 \end{cases}$$

Mens budgetmængden er givet ved:

$$\{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}_+^2 \mid x_1 \geq 0, x_2 \in [0, \bar{x}_2], p_1 x_1 + p_2 x_2 \leq m\}$$

3.D

Budgetlinjen- og mængden er indtegnet nedenfor. Vi ser, at forbrugeren ikke kan forbrugere mere end $\bar{x}_2$, hvorfor hans budgetmængde er blevet mindre



Figur 4: Den generelle budgetmængde- og linje

Opgave 4

(i.) Vi betragter indledningsvist nyttefunktionen:

$$u(x_1, x_2) = 2x_1 + 3x_2$$

Marginalnytten for hhv. x_1 og x_2 er veldefineret på hele forbrugsmulighedsområdet og er givet ved:

$$\frac{\delta u}{\delta x_1} = 2 \quad \text{og} \quad \frac{\delta u}{\delta x_2} = 3$$

MRS er formel defineret som:

$$MRS = \frac{\delta x_2}{\delta x_1} = -\frac{\frac{\delta u}{\delta x_1}}{\frac{\delta u}{\delta x_2}}$$

Og svarer da i vores tilfælde til:

$$MRS = -\frac{2}{3}$$

Indifferenskurven kan findes ved at betragte:

$$\begin{aligned}\bar{u} &= 2x_1 + 3x_2 \\ 3x_2 &= \bar{u} - 2x_1 \\ x_2 &= \frac{\bar{u}}{3} - \frac{2}{3}x_1\end{aligned}$$

Vi ser, at indifferenskurven har konstant hældning, svarende til, at nyttefunktionen beskriver perfekte substitutter. Indifferenskurven er da blot en nedadgående lineær funktion med hældningen $-\frac{2}{3}$, der angiver, at for man skal opgive $\frac{2}{3}$ enhed af x_2 , hvis man ønsker at forbrugere en enhed mere af x_1 og være indifferent mellem de to valg. Altså er nytteforholdet 3 : 2. Præferencerne er strengt monotone, da en forøgelse af enten x_1 eller x_2 øger den samlede nytte. Mere er altså bedre. Samtidig er den konveks (ikke strengt). Den har dog ikke aftagende MRS langs kurven, da de to goder er perfekte substitutter og dermed byttes i samme, konstante, forhold.

(ii.) Vi betragter herefter nyttefunktionen for perfekte komplementer, altså:

$$u(x_1, x_2) = \min\{x_1, x_2\}$$

Marginalnytterne er ikke veldefineret, men vi kan løst sige, at:

$$\begin{cases} MU_{x_1} = 1 & \text{hvis } x_1 < x_2 \\ MU_{x_1} = 0 & \text{hvis } x_1 > x_2 \\ MU_{x_2} = 1 & \text{hvis } x_1 > x_2 \\ MU_{x_2} = 0 & \text{hvis } x_1 < x_2 \end{cases}$$

MRS som funktion af x_2 er heller ej veldefineret. Igen kan vi løst sige, at:

$$\begin{cases} MRS = 0 & \text{hvis } x_1 > x_2 \\ MRS = -\infty & \text{hvis } x_1 < x_2 \end{cases}$$

Intuitionen er, at hvis vi er på et punkt, hvor $x_1 > x_2$, så vil vi ikke skulle opgive nogle enheder af x_2 for at øge vores forbrug af x_1 med og stadigvæk være indifferente, idet flere enheder af x_1 ikke

øger vores nytte. Omvendt vil det være i en situation, hvor $x_1 < x_2$, her vil forbrugere være villig til at opgive ∞ mængder af x_2 for at øge sit forbrug af x_1 med δx , fordi mængden x_1 er den *faktor*, der begrænser nytten. Formen for indifferenskurverne har den vanlige form for perfekte komplementær.

(iii.) Vi betragter nyttefunktionen:

$$x_1^\alpha \cdot x_2^{1-\alpha} \quad \text{hvor} \quad 0 < \alpha < 1$$

Marginalnytterne er veldefineret for hele forbrugsmulighedsområdet og giver:

$$\frac{\delta u}{\delta x_1} = \alpha \cdot x_1^{\alpha-1} \cdot x_2^{1-\alpha} \quad \text{og} \quad \frac{\delta u}{\delta x_2} = (1-\alpha) \cdot x_1^\alpha \cdot x_2^{-\alpha}$$

MRS bliver da:

$$\frac{\alpha \cdot x_1^{\alpha-1} \cdot x_2^{1-\alpha}}{(1-\alpha) \cdot x_1^\alpha \cdot x_2^{-\alpha}} = \frac{\alpha}{1-\alpha} \cdot \frac{1}{x_1} \cdot x_2 = \frac{\alpha}{1-\alpha} \cdot \frac{x_2}{x_1}$$

Indifferenskurven findes hernæst:

$$\begin{aligned} \bar{u} &= x_1^\alpha \cdot x_2^{1-\alpha} \\ \frac{\bar{u}}{x_1^\alpha} &= x_2^{1-\alpha} \\ \left(\frac{\bar{u}}{x_1^\alpha}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} &= x_2 \end{aligned}$$

For at se, hvordan de ser ud, finder vi de afledte, da:

$$\begin{aligned} x_2' &= \frac{1}{1-\alpha} \cdot \left(\frac{\bar{u}}{x_2^\alpha}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}-1} \cdot \left(\frac{-\alpha \cdot x_2^{\alpha-1}}{x_2^{2\alpha}}\right) < 0 \\ x_2'' &= \frac{d}{dx_2} \left(\frac{1}{1-\alpha} \cdot \left(\frac{\bar{u}}{x_2^\alpha}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}-1} \right) \cdot \left(-\alpha \cdot x_2^{\alpha-1} \cdot \frac{1}{x_2^{2\alpha}}\right) + \frac{1}{1-\alpha} \cdot \left(\frac{\bar{u}}{x_2^\alpha}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}-1} \cdot \frac{d}{dx_2} \left(-\alpha \cdot x_2^{\alpha-1} \cdot \frac{1}{x_2^{2\alpha}}\right) > 0 \end{aligned}$$

Vi ser altså, at CD nyttefunktionen har konvekse indifferenskurver. Det er klart, at funktionen er monoton, da alle punkter øverst til højre for et punkt ligger i det indre af den øvre konturmængde. Det følger af grafen (og konveksiteten), at MRS er aftagende.

(iv.) Vi betragter nu nyttefunktionen:

$$u(x_1, x_2) = 4 \cdot \sqrt{x_1} + 3x_2$$

Marginalnytterne er veldefineret for $x \neq 0$, hvor:

$$\frac{\delta u}{\delta x_1} = \frac{4}{x_1} \quad \text{og} \quad \frac{\delta u}{\delta x_2} = 3$$

MRS bliver da:

$$MRS = \frac{4}{3x_1}$$

Indifferenskurverne findes herefter:

$$\begin{aligned}\bar{u} &= 4 \cdot \sqrt{x_1} + 3x_2 \\ 3x_2 &= \bar{u} - 4 \cdot \sqrt{x_1} \\ x_2 &= \frac{\bar{u}}{3} - \frac{4 \cdot \sqrt{x_1}}{3}\end{aligned}$$

Vi finder formen ved differentiation:

$$\begin{aligned}x_2' &= -\frac{12 \cdot x^{-1}}{9} < 0 \\ x_2'' &= -\frac{-12 \cdot x^{-2}}{81} > 0\end{aligned}$$

Vi ser altså, at nyttefunktionen har konvekse indifferenskurver. Det er klart, at funktionen er monoton, da alle punkter øverst til højre for et punkt ligger i det indre af den øvre konturmængde. Det følger af grafen (og konveksiteten), at MRS er aftagende.

(v.) Vi betragter nyttefunktionen:

$$u(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2$$

Marginalnytterne er:

$$\frac{\delta u}{\delta x_1} = 2x_1 \quad \text{og} \quad \frac{\delta u}{\delta x_2} = 2x_2$$

MRS bliver da:

$$MRS = \frac{2x_1}{2x_2} = \frac{x_1}{x_2}$$

Indifferenskurverne findes ved:

$$\begin{aligned}\bar{u} &= x_1^2 + x_2^2 \\ x_2^2 &= \bar{u} - x_1^2 \\ x_2 &= \sqrt{\bar{u} - x_1^2}\end{aligned}$$

Vi finder formen:

$$\begin{aligned}x_2' &= \frac{1}{2\sqrt{\bar{u} - x_1^2}} \cdot (-2x_1) < 0 \\ x_2'' &= -2 \cdot (\sqrt{\bar{u} - x_1^2})^{-2} \cdot -2x_1 \cdot -2 < 0\end{aligned}$$

Vi ser altså, at nyttefunktionen har konkave indifferenskurver. Det er klart, at funktionen er monoton, da alle punkter øverst til højre for et punkt ligger i det indre af den øvre konturmængde. Det følger af grafen (og konkaviteten), at MRS IKKE er aftagende (det kan formelt vises ved at differentiere MRS mht. x_1). Derfor vil forbrugeren — modsat i de andre eksempler — gerne ud i randen.

(vi.) Vi betragter nyttefunktionen:

$$u(x_1, x_2) = -(x_1 - 5)^2 - (x_2 - 4)^2$$

Marginalnytterne er givet ved:

$$\frac{\delta u}{\delta x_1} = -2 \cdot (x_1 - 5) = -2x_1 + 10 \quad \text{og} \quad \frac{\delta u}{\delta x_2} = -2 \cdot (x_2 - 4) = -2x_2 + 8$$

MRS bliver (for $x_2 \neq 4$):

$$MRS = \frac{-2x_1 + 10}{-2x_2 + 8} = \frac{-x_1 + 5}{-x_2 + 4}$$

Indifferenskurven findes:

$$\begin{aligned} \bar{u} &= -(x_1 - 5)^2 - (x_2 - 4)^2 \\ -(x_2 - 4)^2 &= \bar{u} + (x_1 - 5)^2 \\ (x_2 - 4)^2 &= -\bar{u} - (x_1 - 5)^2 \\ (x_2 - 4) &= \pm \sqrt{-\bar{u} - (x_1 - 5)^2} \\ x_2 &= \pm \sqrt{-\bar{u} - (x_1 - 5)^2} + 4 \end{aligned}$$

Resultatet bliver graferne for mættede præference, der ikke er monotone. De er dog konvekse, men MRS er ikke aftagende. Ved at gange den første linje af udregninger med -1 kan man se, at:

$$-\bar{u} = (x_1 - 5)^2 + (x_2 - 4)^2$$

Vi ser, at det er cirkelns ligning og kan se, at nytten falder, når radius stiger, hvorfor vi har at gøre med mættede præferencer med tilhørende mætningspunkt, $(4, 3)$.

1 Opgave 5

5.A

- (i.) Den første nyttefunktion er en strengt monoton transformation af u , idet $\frac{\delta g(u)}{\delta u} = a > 0$.
- (iii.) Den tredje nyttefunktion er en strengt monoton transformation af u , idet $\frac{\delta g(u)}{\delta u} = \frac{7}{u} > 0$
- (iv.) Den fjerde nyttefunktion er en strengt monoton transformation af u , idet $\frac{\delta g(u)}{\delta u} = 4 \cdot \frac{1}{u^3} > 0$
- (v.) Den femte nyttefunktion er en strengt monoton transformation af u , idet $\frac{\delta g(u)}{\delta u} = -1 \cdot (-e^{-u}) > 0$

5.B

Vi definerer en funktion med positive afledte. Her er MRS:

$$MRS = -\frac{\frac{\delta u}{\delta x_1}}{\frac{\delta u}{\delta x_2}} = -\frac{MU_{x_1}}{MU_{x_2}}$$

Den sammensatte funktion vil nu have følgende MRS (kædereglen):

$$MRS = -\frac{\frac{\delta g}{\delta u} \cdot \frac{\delta u}{\delta x_1}}{\frac{\delta g}{\delta u} \cdot \frac{\delta u}{\delta x_2}} = -\frac{MU_{x_1}}{MU_{x_2}}$$

5.C

Hvis g har negativt afledt i opgaven ovenfor, vil minuset blive til et plus, hvorfor $-\frac{MU_{x_1}}{MU_{x_2}} \neq \frac{MU_{x_1}}{MU_{x_2}}$. Intuitionen er forbrugerens præferencer kan blive skævvredet af en ikke monoton transformation.