

Mikroøkonomi I: Ugeseddel 5

Levi van Boekel

Uge 40, 2024

Opgave 1

En forbruger har nyttefunktionen:

$$u(x_1, x_2) = x_1^3 x_2^2 \quad (1)$$

1.1

Vi opstiller nyttemaksimeringsproblemet:

$$\max_{x_1, x_2} x_1^3 x_2^2 \quad \text{u.b.b.} \quad x_1 p_1 + x_2 p_2 \leq m \quad (2)$$

Lad en indifferenskurve være givet ved: $k = x_1^3 x_2^2 \longleftrightarrow x_2 = k^{\frac{1}{2}} x_1^{-\frac{3}{2}}$. Her er:

$$\begin{aligned} x_2' &= -\frac{3}{2} k^{\frac{1}{2}} x_1^{-\frac{5}{2}} < 0 \\ x_2'' &= \frac{3}{2} \frac{5}{2} k^{\frac{1}{2}} x_1^{-\frac{7}{2}} > 0 \end{aligned}$$

Indifferenskurverne er altså strengt konvekse, hvilket vil sige, at alle linearkombinationer af punkter på en given indifferenskurve ligger i det indre af den øvre konturmængde. Samtidig er funktionen differentiabel (vist ovenfor), og monoton, idet alle punkter nord øst for et punkt ligger i det indre af den øvre konturmængde. Det betyder, at vi kan være sikre på, at alle indre løsninger er karakteriseret ved $|MRS| = \frac{p_1}{p_2}$, samtidig med, at vi kan erstatte $\leq$ i formel 2, da præferencerne er monotone. Da MRS er givet ved:

$$MRS = \frac{3x_1^2 x_2^2}{2x_1^3 x_2} = \frac{3x_2}{2x_1} \quad (3)$$

Hvor $MRS \rightarrow \infty$, når $x_1 \rightarrow 0$ og $MRS \rightarrow 0$, når $x_2 \rightarrow \infty$, er der essentialitet i begge ender og ingen randløsninger. De indre løsninger da de eneste løsninger til problemet og bliver:

$$\mathcal{L}(x_1, x_2) = x_1^3 x_2^2 + \lambda(m - x_1 p_1 - x_2 p_2) \quad (4)$$

FOC:

$$\begin{aligned} 3x_1^2x_2^2 - \lambda p_1 &= 0 \\ 2x_1^3x_2 - \lambda p_2 &= 0 \\ m - x_1p_1 - x_2p_2 &= 0 \end{aligned}$$

Vi får:

$$\begin{aligned} \frac{3x_2}{2x_1} &= \frac{p_1}{p_2} \\ 3x_2 &= \frac{2x_1p_1}{p_2} \\ x_2 &= \frac{2x_1p_1}{3p_2} \end{aligned}$$

Vi indsætter i budgetbegrænsningen:

$$\begin{aligned} x_1p_1 + \frac{2x_1p_1}{3p_2}p_2 &= m \\ x_1p_1 + \frac{2x_1p_1}{3} &= m \\ 3x_1p_1 + 2x_1p_1 &= 3m \\ x_1 &= \frac{3m}{5p_1} \end{aligned}$$

Det optimale forbrug af vare 2 bliver tilsvarende:

$$\begin{aligned} x_2 &= \frac{2 \cdot \frac{3m}{5p_1}p_1}{3p_2} \\ &= \frac{2 \cdot \frac{3m}{5}}{3p_2} \\ &= \frac{6m}{15p_2} = \frac{2m}{5p_2} \end{aligned}$$

Som altså er **derfor** forbrugerens nyttemaksimerende efterspørgsel er givet ved:

$$x^*(p_1, p_2, m) = \left(\frac{3m}{5p_1}, \frac{2m}{5p_2} \right) \quad (5)$$

1.2

Forbrugeren har en eksogen indkomst på $m = 100$. Initialt er priserne $(p_1, p_2) = (20, 20)$, er forbruget:

$$x^*(20, 20, 100) = (3, 2) \quad (6)$$

Nu ændres priserne til $(p'_1, p'_2) = (20, 25)$. Efterspørgslen bliver altså:

$$x^*(20, 25, 100) = (3, 1.76) \quad (7)$$

For at bestemme substitutionseffekten skal vi bestemme den indkomst, m , der skal til for at forbrugeren netop kan købe det gamle varebundt ved de nye priser. Den er givet ved:

$$m' = 20 \cdot 3 + 2 \cdot 2 = 110 \quad (8)$$

Vi kan nu finde størrelsen af substitutionseffekten ved forskellen mellem den Slutsky kompenserede efterspørgsel og den initiale efterspørgsel. Det gælder, idet den Slutsky kompenserede efterspørgsel netop er defineret som den efterspørgsel, der vil være ved de nye priser, givet at det gamle forbrugsbundt stadigvæk nøjagtigt er muligt. Der er således ingen indkomsteffekt (idet det gamle forbrugsbundt netop nøjagtigt er muligt), mens de relative priser har ændret sig og substitutionseffekten er isoleret. Hvis vi lader, $x^s(p'_1, p_2, m')$ være den Slutsky kompenserede efterspørgsel, er substitutionseffekten altså:

$$\Delta_s(x_1, x_2) = x^s(p'_1, p_2, m') - x(p_1, p_2, m) = (1.76, 2) - (2, 2) = (-0.24, 0) \quad (9)$$

Indkomsteffekten er findes herefter blot som forskellen mellem den faktiske efterspørgsel ved de nye priser, og den Slutsky kompenserede efterspørgsel. Altså:

$$\Delta_I(x_1, x_2) = x(p'_1, p_2, m) - x^s(p'_1, p_2, m') = (1.6, 2) - (1.76, 2) = (-0.16, 0) \quad (10)$$

Vi har altså at gøre med et normalt gode, hvor mindre indkomst fører til mindre efterspørgsel.

1.3

Når man bestemmer substitutions- og indkomsteffekten efter Hicks principper, bliver følger man grundlæggende den samme grundtanke som ved Slutsky dvs. at man først forskyder budgetlinjen til et givet niveau for de nye priser (hvor man kompenserer *for noget*), og herefter forskyder den med den oprindelige indkomst og de nye priser. Forskellen ligger dybest set i, hvad man kompenserer for. I Slutsky's tilfælde, som vist i 1.2, kompenserer man for at forbrugeren skal kunne opnå nøjagtigt det samme forbrugsbundt, mens man i Hicks tilfælde kompenserer forbrugeren for at kunne opnå nøjagtigt det samme nytteniveau. Altså:

$$u(x(p, m)) = u(x(p', m')) \quad (11)$$

Bemærk, at man i ovenstående tilfælde blot får en værdi for m og ikke en funktion af p_1 , eller p_2 og u , der tilsiger efterspørgslen i det kompenserede punkt. I princippet er dette også nok jf. opgaven,

men for god ordens skyld, opstiller vi det fulde omkostningsminimeringsproblem:

$$\min_{x_1, x_2} p_1 x_1 + p_2 x_2 \quad \text{u.b.b.} \quad x_1^3 x_2^2 = u \quad (12)$$

Da vi allerede tidligere har vist, at nyttefunktionen (her bibetingelsen) er monoton, strengt konveks og differentiabel, ved vi, at der kun er indre løsninger. Vi ved samtidig, at budgetbetingelsen er strengt konveks, hvorfor den indre løsning vil være et minima. Vi kan altså blot opstille Lagrange og løse, da:

$$\mathcal{L}(x_1, x_2) = p_1 x_1 + p_2 x_2 + \lambda(u - x_1^3 x_2^2) \quad (13)$$

Som giver FOC:

$$p_1 - 3\lambda x_1^2 x_2^2 = 0 \quad (14)$$

$$p_2 - 2\lambda x_1^3 x_2 = 0 \quad (15)$$

$$u - x_1^3 x_2^2 = 0 \quad (16)$$

Vi løser videre:

$$\begin{aligned} \frac{p_1}{p_2} &= \frac{3\lambda x_1^2 x_2^2}{2\lambda x_1^3 x_2} \\ \frac{p_1}{p_2} &= \frac{3}{2} \frac{1}{x_1} x_2 \\ x_2 &= \frac{p_1}{p_2} x_1 \frac{2}{3} \end{aligned}$$

Vi indsætter i 16 og får:

$$\begin{aligned} x_1^3 \left(\frac{2p_1 x_1}{3p_2} \right)^2 &= u \\ x_1^3 \cdot \frac{4x_1^2 p_1^2}{9p_2^2} &= u \\ x_1^3 \cdot 4x_1^2 p_1^2 &= 9p_2^2 u \\ 4x_1^5 p_1^2 &= 9p_2^2 u \\ x_1 &= \left(\frac{9p_2^2 u}{4p_1^2} \right)^{\frac{1}{5}} \end{aligned}$$

Vi kan nu finde x_2 ved at indsætte tilbage:

$$\begin{aligned} x_2 &= \frac{p_1}{p_2} \left(\frac{u 9p_2^2}{4p_1^2} \right)^{\frac{1}{5}} \frac{2}{3} \\ x_2 &= u^{\frac{1}{5}} \left(\frac{9}{4} \right)^{\frac{1}{5}} \frac{p_2^{\frac{2}{5}} p_1}{p_1^{\frac{2}{5}} p_2} \frac{2}{3} \end{aligned}$$

$$x_2 = u^{\frac{1}{5}} \left(\frac{9}{4} \right)^{\frac{1}{5}} \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{3}{5}}$$

Den Hicks kompenserende efterspørgsel bliver altså:

$$x^h(p_1, p_2, u) \in \left\{ \left(\frac{u9p_2^2}{4p_1^2} \right)^{\frac{1}{5}}, u^{\frac{1}{5}} \left(\frac{9}{4} \right)^{\frac{1}{5}} \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{3}{5}} \right\} \quad (17)$$

Vi kan nu finde den Hicks kompenserende indkomst ved først at bestemme den initiale nytte. Da:

$$u_1(3, 2) = 3^3 \cdot 2^2 = 108 \quad (18)$$

Den Hicks kompenserende efterspørgsel bliver altså:

$$\begin{aligned} x_1^h(20, 25, 31) &= \left(\frac{13 \cdot 9(25)^2}{4(20)^2} \right)^{\frac{1}{5}} \approx 3.28 \\ x_2^h(20, 20, 17) &= 17^{\frac{1}{5}} \left(\frac{9}{4} \right)^{\frac{1}{5}} \left(\frac{20}{25} \right)^{\frac{3}{5}} \approx 1.74 \end{aligned}$$

Vi kan nu nemt beregne den tilsvarende indkomst som:

$$20 \cdot 3.28 + 25 \cdot 1.74 \approx 109.3 \quad (19)$$

Alternativt havde vi kunne løse:

$$\begin{aligned} 108 &= \left(\frac{3m'}{5 \cdot 20} \right)^3 + \left(\frac{2m'}{5 \cdot 25} \right)^2 \\ 108 &= \frac{27m^3}{1.000.000} + \frac{4m^2}{15.625} \\ m' &= \left(\frac{108 \cdot 15.625 \cdot 1.000.000}{108} \right)^{\frac{1}{5}} \\ m' &= (25^5 \cdot 1600)^{\frac{1}{5}} \\ m' &\approx 109.3 \end{aligned}$$

1.4

Vi kan nu bestemme substitutionseffekten som:

$$\Delta_s = x^h(p_1, p'_2, m') - x^*(p_1, p_2, m) = (3.28, 1.74) - (3, 2) = (0.28, -0.26) \quad (20)$$

Hvorefter indkomsteffekten blot er:

$$\Delta_i = x^*(p_1, p'_2, m) - x^h(p_1, p'_2, m') = (3, 1.6) - (3.28, 1.74) = (-0.28, -0.14) \quad (21)$$

Vi ser, at efterspørgslen for vare 1 ikke har ændret sig, idet substitutionseffekten og indkomsteffekten balancerer (man bruger en fast del af sin indkomst på vare 1). For vare 1 er der derimod både en negativ substitutions og indkomsteffekt.

1.5

Forklaret i 1.2-1.3

Opgave 2

Vi betragter en forbruger med den kvasilineære nyttefunktion:

$$u(x_1, x_2) = 12 \ln(x_1) + x_2 \quad (22)$$

Forbrugsmulighedsområdet er som sædvanligt $\mathbb{R}_0^+$, dog med begrænsningen, at $x_1 > 0$ og $x_2 \geq 0$. Priserne p_1, p_2 og indkomsten er eksogent givet.

2.1

For indifferenskurverne gælder det, at $k = 12 \ln(x_1) + x_2 \iff x_2 = k - 12 \ln(x_1)$. Vi har da:

$$\begin{aligned} x_2' &= -\frac{12}{x_1} < 0 \\ x_2'' &= \frac{12}{x_1^2} > 0 \end{aligned}$$

Som er strengt konveks. Vi finder hernæst MRS for at tjekke essentialitet, hvorefter vi skitserer indifferenskurverne.

$$MRS = \frac{12x^{-1}}{1} = 12 \cdot \frac{1}{x} \quad (23)$$

Vi ser, at når $x \rightarrow 0$, går $MRS \rightarrow \infty$, svarende til, at forbrugeren her er villig til at opgive uendelig meget x_2 for at få en enhed mere af x_1 og være indifferent. Det er altså essentialitet i x_1 . Da x_2 slet ikke indgår i 23, er der ikke essentialitet her, da der ellers skulle gælde, at $MRS \rightarrow 0$, når $x_2 \rightarrow 0$. Vi kan nu skitsere indifferenskurverne som:

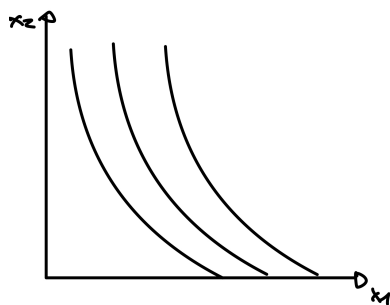


Figure 1: Principskitse af indifferenskurven

Vi ser, at alle punkter nordøst for et givent punkt ligger i det indre af den øvre konturmængde, hvorfor præferencerne er monotone. Samtidig er funktionen differentiabel, og strengt konveks (vist ved den anden ordens afledte og ved at linearkombinationer af punkter på en indifferenskurve ligger i det indre af den øvre konturmængde). Derfor ved vi, at de indre løsninger til maksimeringsproblemet vil give en entydig løsning, der er et maksimum.

2.2

De indre løsninger til maksimeringsproblemet kan skrives som følgende, idet vi ved, at funktionen er strengt monoton, og vi da kan erstatte $\leq$ med $=$. Da;

$$\max_{x_1, x_2} 12 \ln(x_1) + x_2 \quad \text{u.b.b.} \quad p_1 x_1 + p_2 x_2 = m \quad (24)$$

Lagrange bliver:

$$\mathcal{L}(x_1, x_2) = 12 \ln(x_1) + x_2 + \lambda(m - p_1 x_1 + p_2 x_2) \quad (25)$$

Med FOC:

$$\frac{12}{x_1} - \lambda p_1 = 0 \quad (26)$$

$$1 - p_2 = 0 \quad (27)$$

$$\lambda - p_1 x_1 - p_2 x_2 = 0 \quad (28)$$

Vi omskriver ligning 26 og 27:

$$\begin{aligned} \frac{12}{x_1} &= \frac{p_1}{p_2} \\ x_1^* &= \frac{12p_2}{p_1} \end{aligned}$$

Vi indsætter tilbage i budgetbetingelsen for at finde x_2^* :

$$p_1 \cdot \frac{12p_2}{p_1} + p_2 x_2 = m$$

$$\begin{aligned}
 12p_2 + p_2x_2 &= m \\
 p_2x_2 &= m - 12p_2 \\
 x_2^* &= \frac{m - 12p_2}{p_2}
 \end{aligned}$$

Den indre løsning er altså:

$$x^* \in \left(\frac{12p_2}{p_1}, \frac{m - 12p_2}{p_2} \right) \quad (29)$$

Men vi har tidligere fundet, at der kan være en randløsning i $x_2 = 0$. Vi ved, at der kun bliver forbrugt enheder af x_2 , hvis:

$$\begin{aligned}
 0 &< \frac{m - 12p_2}{p_2} \\
 0 &< m - 12p_2 \\
 12p_2 &< m
 \end{aligned}$$

Det skal altså gælde, at $12p_2 < m$ for at der bliver forbrugt enheder af x_2 (det kan f.eks. være fordi forbrugeren kun får nytte af have 12 enheder eller derover). Marshall efterspørgslen bliver altså:

$$x^* \in \begin{cases} \left(\frac{12p_2}{p_1}, \frac{m - 12p_2}{p_2} \right) & \text{hvis } 12p_2 < m \\ \left(\frac{m}{p_1}, 0 \right) & \text{ellers} \end{cases} \quad (30)$$

2.3

Vi antager nu, at $m = 40$ og priserne i den initiale situation er $p = (6, 2)$, hvor $12 \cdot 2 < 40$. Her bliver efterspørgslen:

$$\begin{aligned}
 x_1^* &= \frac{12 \cdot 2}{6} = 4 \\
 x_2^* &= \frac{40 - 12 \cdot 2}{2} = 8
 \end{aligned}$$

Med tilhørende nytte:

$$u(6, 2, 40) = 12 \cdot \ln(4) + 8 \approx 24.63 \quad (31)$$

Efter en prisændring bliver priserne $p' = (12, 2)$. Den Slutsky kompensierende indkomst skal nu løse, at det samme forbrugsbundt kan købes ved de nye priser. Altså:

$$I_{\text{Slutsky}} = 12 \cdot 4 + 2 \cdot 8 = 64 \quad (32)$$

Med tilhørende efterspørgsel:

$$x_{1,s}^* = \frac{12 \cdot 2}{12} = 2$$

$$x_{2,s}^* = \frac{64 - 12 \cdot 2}{2} = 20$$

Hvorfor substitutionseffekten er:

$$\Delta_S = x^s(p'_1, p_2, m') - x^*(p_1, p_2, m) = (-2, 12) \quad (33)$$

For at bestemme indkomseffekten beregner vi efterspørgslen ved de nye priser:

$$x_{1,i}^* = \frac{12 \cdot 2}{12} = 2$$

$$x_{2,i}^* = \frac{40 - 12 \cdot 2}{2} = 8$$

Hvorfor indkomsteffekten bliver:

$$\Delta_I = x^I(p'_1, p_2, m) - x^s(p'_1, p_2, m') = (0, -12) \quad (34)$$

2.4

Den Hicks kompenserende indkomst er defineret til at være den indkomst, der giver forbrugeren den samme nytte som førhen, ved et skift i priserne. Idet vi både før- og efter prisændringen befinder os i en indre løsninger, er det altså løsningen til:

$$12 \ln\left(\frac{12 \cdot 2}{12}\right) + \frac{m' - 12 \cdot 2}{2} = 24.63$$

$$24 \ln(2) + m' - 24 = 49.26$$

$$24 \ln(2) + m' = 73.26$$

$$m' = 73.26 - 24 \cdot \ln(2) \approx 56.63$$

Bemærk, at $40 + 24 \ln(2)$ giver det samme resultat. Vi opstiller nu hele omkostningsminimeringsproblemet. Idet budgetbetingelsen er konveks, og vi har vist at bibetingelsen er strengt konveks, ved vi, at den indre løsning til minimeringsproblemet er et unikt minima. Vi har dog også her randløsninger, som vi bestemmer efter de indre løsninger. Da:

$$\min_{x_1, x_2} p_1 x_1 + p_2 x_2 \quad \text{u.b.b.} \quad 12 \ln(x_1) + x_2 = u \quad (35)$$

Lagrange:

$$\mathcal{L}(x_1, x_2) = p_1 x_1 + p_2 x_2 + \lambda(u - 12 \ln(x_1) - x_2) \quad (36)$$

FOC:

$$p_1 - \frac{12\lambda}{x_1} = 0 \quad (37)$$

$$p_2 - \lambda = 0 \quad (38)$$

$$u - 12 \ln(x_1) - x_2 = 0 \quad (39)$$

Vi regner videre og får:

$$\begin{aligned} \frac{p_1}{p_2} &= \frac{\lambda 12 \frac{1}{x_1}}{\lambda} \\ \frac{p_1}{p_2} &= \frac{12}{x_1} \\ x_1 &= \frac{12p_2}{p_1} \equiv h_1^*(p_1, p_2, u) \end{aligned}$$

Ved indsættelse tilbage i budgetbetingelsen fås:

$$\begin{aligned} 12 \cdot \ln\left(\frac{12p_2}{p_1}\right) - x_2 &= u \\ x_2 &= u - 12 \ln\left(\frac{12p_2}{p_1}\right) \equiv h_2^*(p_1, p_2, u) \end{aligned}$$

Den Hicks kompeniserede efterspørgsel bliver altså:

$$\begin{aligned} h_1^*(12, 2, 24.63) &= \frac{12 \cdot 2}{12} = 2 \\ h_2^*(12, 2, 24.63) &= 24.63 - 12 \ln(2) = 16.31 \end{aligned}$$

Som giver nøjagtig samme indkomst, da:

$$12 \cdot 2 + 16.31 \cdot 2 \approx 56.62 \quad (40)$$

2.5

Hicks substitutionseffekten er:

$$\Delta_S^h = x^h(p'_1, p_2, m') - x^*(p_1, p_2, m) = (2, 16.31) - (4, 8) = (-2, 8.31) \quad (41)$$

Mens indkomsteffekten er:

$$\Delta_I^h = x^*(p'_1, p_2, m) - x^h(p'_1, p_2, m') = (2, 8) - (2, 16.31) = (0, -8.31) \quad (42)$$

Den samlede effekt er altså $((-2, 0))$, svarende til, at forbruget af vare 1 falder med 2, som følge af substitutionseffekten, men at indkomst- og substitutionseffekten for vare 2 balancerer perfekt, således, at forbruget ikke ændres her.

Opgave 3

3.1

Generelt om Slutskyligningen

Vi starter med at udlede den generelle Slutsky ligning, hvor vi i første omgang udnytter, at ændringen i forbruget af vare 1, skyldes en indkomst og substitutionseffekt. Altså:

$$\Delta x_1 = \Delta x_1^s + \Delta x_1^n \quad (43)$$

Hvor:

$$\Delta x_1^s = x^S(p'_1, m') - x^*(p_1, m) \quad (44)$$

$$\Delta x_1^n = x^*(p'_1, m) - x^S(p'_1, m') \quad (45)$$

Vi definerer nu Δx_1^m som den negative af indkomsteffekten. Altså:

$$\Delta x_1^m = -\Delta x_1^n = x^S(p'_1, m') - x^*(p'_1, m)$$

Vi har nu $-\Delta x_1^m = \Delta x_1^n$, hvorfor vi kan erstatte 43. Altså:

$$\Delta x_1 = \Delta x_1^s - \Delta x_1^m \quad (46)$$

Vi kan nu dividere hele ligningen med Δp_1 og får:

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta p_1} = \frac{\Delta x_1^s}{\Delta p_1} - \frac{\Delta x_1^m}{\Delta p_1} \quad (47)$$

Det første på højresiden af lighedstegnet beskriver substitutionseffekten, idet det angiver, hvor meget den Slutsky kompenserende efterspørgsel ændrer sig, når prisen ændrer sig. Det andet led har dog endnu ikke en klar fortolkning, hertil husker, at vi, at det gælder, at:

$$m' = p'_1 x_1 + p_2 x_2 \quad (48)$$

$$m = p_1 x_1 + p_2 x_2 \quad (49)$$

Idet den kompenserende indkomst netop er defineret til at opfylde, at det oprindelige varebundt, (x_1, x_2) fortsat er indenfor budgetmængden, når p_1 stiger til p'_1 . Vi trækker de to fra hinanden og får:

$$m' - m = p'_1 x_1 + p_2 x_2 - p_1 x_1 + p_2 x_2$$

$$\Delta m = x_1(p'_1 - p_1)$$

$$\begin{aligned}\Delta m &= x_1 \Delta p \\ \frac{\Delta m}{x_1} &= \Delta p\end{aligned}\tag{50}$$

Vi indsætter tilbage i 47, og får:

$$\begin{aligned}\frac{\Delta x_1}{\Delta p_1} &= \frac{\Delta x_1^s}{\Delta p_1} - \frac{\Delta x_1^m}{\frac{\Delta m}{x_1}} \\ \frac{\Delta x_1}{\Delta p_1} &= \frac{\Delta x_1^s}{\Delta p_1} - \frac{\Delta x_1^m}{\Delta m} x_1\end{aligned}\tag{51}$$

Det første led kan vi fortolke som:

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta p_1} = \frac{x_1(p'_1, m) - x_1(p, m)}{\Delta p_1}\tag{52}$$

Altså, hvor meget efterspørgslen efter vare 1 ændrer sig, når prisen ændrer sig, og indkomsten holdes fast. Det andet led kan vi skrive som:

$$\frac{\Delta x_1^S}{\Delta p_1} = \frac{x_1(p'_1, m') - x_1(p, m)}{\Delta p_1}\tag{53}$$

Fortolkningen er her, hvor meget forskellen mellem kompenserede efterspørgsel og den *rigtige* efterspørgsel ved de nye priser, når prisen stiger. Til sidst har vi:

$$\frac{\Delta x_1^m}{\Delta m} = \frac{x_1(p'_1, m') - x_1(p'_1, m)}{\Delta m} x_1\tag{54}$$

Som beskriver, hvor meget efterspørgslen ændrer sig, når det alene er indkomsten der ændrer sig. Det hele skal ganges med den initiale efterspørgsel. I formel 51, står der et minus tegn foran, fordi differentialet er defineret til at være positivt (en stigning i indkomsten øger efterspørgslen), men da det approksimativt gælder i et punkt, at der er lige meget til højre og venstre, kan vi blot putte et minus foran og dermed løse udfordringen. Udtryk som differentialer, kan vi opskrive formel 51 som:

$$\frac{\delta x_1}{\delta p_1} = \frac{\delta x_1^s}{\delta p_1} - \frac{\delta x_1^m}{\delta m} x_1\tag{55}$$

Hvilket er den oprindelige Slutskylikning. Bemærk, at δx_1^s uden videre kan erstattes af den Hicks kompenserede indkomst, dvs. $h_1(p'_1, p_2, u')$.

Slutskylikningen for endogen indkomst

Når indkomsten er eksogen, er der ikke bare en substitutions- og indkomsteffekt, men også en todelt formueeffekt, idet prisændringer (1) ændrer din indkomst og (2) indkomstændringen ændrer

din efterspørgsel. Idet vi ved, at indkomsten er defineret som:

$$m = p_1\omega_1 + p_2\omega_2 \quad (56)$$

Hvor:

$$\frac{\delta m}{\delta p_1} = \omega_1 \quad (57)$$

Vi ved, at indkomstændringen (approksimativt) er givet ved $\frac{\delta x_1^m}{\delta m}$, hvorfor hele formueeffekten er:

$$\text{Formueeffekt} = \omega_1 \frac{\delta x_1^m}{\delta m} \quad (58)$$

Vi kan altså skrive hele effekten som:

$$\begin{aligned} \frac{\delta x_1}{\delta p_1} &= \frac{\delta x_1^s}{\delta p_1} - \frac{\delta x_1^m}{\delta m} x_1 + \omega_1 \frac{\delta x_1^m}{\delta m} \\ \frac{\delta x_1}{\delta p_1} &= \frac{\delta x_1^s}{\delta p_1} + (\omega_1 - x_1) \frac{\delta x_1^m}{\delta m} \end{aligned} \quad (59)$$

3.2

Substitutionseffekten angiver, hvor meget efterspørgslen efter et gode ændrer sig, når prisen stiger. Det kan både være defineret som forskellen mellem den Slutskykompenserede efterspørgsel og den oprindelige efterspørgsel ($x^s(p'_1, p_1, m') - x(p_1, p_2, m)$), og som forskellen mellem den Hickskompenserede efterspørgsel og den oprindelige efterspørgsel ($x^h(p'_1, p_2, u') - x(p_1, p_2, u)$). Den er altid negativ.

Indkomsteffekten angiver, hvor meget efterspørgslen efter et gode ændrer sig, når indkomsten stiger. For et normalt gode, er effekten i Slutsky ligningen negativ, således, at en stigning i prisen mindsker indkomsten, som mindsker efterspørgslen (og vice versa). Omvendt er det for et inferior gode, her vil en prisstigning også mindske indkomsten, men den lavere indkomst vil øge efterspørgslen. Derfor er indkomsteffekten positiv (i den her sammenhæng¹) for et inferior gode). Formueeffekten angiver, hvor meget personens formue ændrer sig, når prisen på en vare stiger, og herefter, hvor stor en efterspørgselsændring denne øgede formue har. Det kan altså både være en negativ og en positiv effekt. Hvis ($\omega_1 > x_1$) og $\frac{\delta x_1^m}{\delta m}$, er vi altså i en situation, hvor en prisstigning giver anledning til, at forbruget øges. Det skyldes, at personen sælger godet og dermed får en højere indkomst, og den højere indkomst - hvis godet er normalt som ovenfor - sætter sig i højere efterspørgsel, der i sidste ende kan dominere den negative substitutionseffekt.

¹Det gælder ikke i andre sammenhænge. Da $\frac{\delta x_1}{\delta m}$ jo er negativt for et inferior gode.

3.3

For et giffengode gælder der, altid, at indkomsteffekten er 0 for det kvasilineære gode. Derfor har vi blot:

$$\frac{\delta x_i(p, m)}{\delta p_i} = \frac{\delta x_i^s(p, m)}{\delta p_i} \quad (60)$$

eller for Hicks kompensation:

$$\frac{\delta x_i(p, m)}{\delta p_i} = \frac{\delta x_i^h(p, u)}{\delta p_i} \quad (61)$$

Det gælder kun i de indre løsninger, da der i en randløsning vil gælde (hvis vi bliver i en randløsning), at der kun er en indkomsteffekt og ingen substitutionseffekt for det kvasilineære gode.

Opgave 4

Vi antager, at der er to varer, snacks og drinks, som kan forbruges i ikke-negative mængder. Prisen på snacks (vare 1) er 10 kr., og prisen på drinks (vare 2) er 20 kr. Vi antager, at Kim initialt har en beholdning på 20 snacks og 20 drinks.

4.1

Kims budgetmængde er defineret som:

$$10x_1 + 20x_2 = m \quad (62)$$

$$m \equiv 20 \cdot 10 + 20 \cdot 20 = 600 \quad (63)$$

Som kan skitseres som:

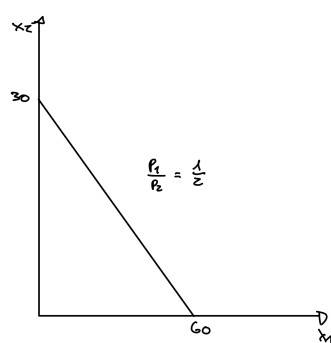


Figure 2: Principskitse af budgetmængden

4.2

Hvis prisen af vare 2 stiger til 40, har vi:

$$10x_1 + 40x_2 = m \quad (64)$$

$$m \equiv 20 \cdot 10 + 20 \cdot 40 = 1000 \quad (65)$$

Som skitseres som:

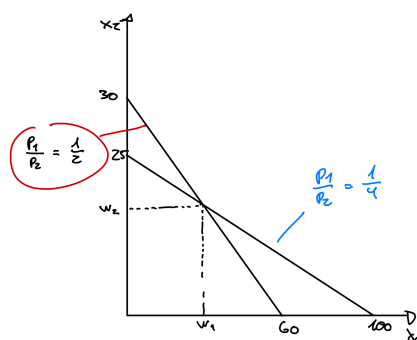


Figure 3: Principskitse af budgetmængden ved nye priser

4.3

Ja, Kim vil altid have mulighed for at forbruge sin initiale beholdning, uanset priserne. Det gælder, da han jo netop har beholdningen og hans budget dermed — uanset priserne — dækker forbruget.

Opgave 5

5.1

Den studerende kan vælge at forbruge to varer, (1) forbrugsvarer C og (2) afslappende fritid R . Omkostningen ved forbrugsvarer er blot prisen herved, p , mens prisen ved fritid er lønnen, w , idet det er den alternative omkostning, der opgives ved at holde fri. Den samlede, potentielle, indkomst er alle timer personen har til rådighed $\tilde{L}$, ganget med lønindkomsten. Budgetbetingelsen bliver da:

$$pC + wR \leq w\tilde{L} \quad (66)$$

5.2

Den studerende har nyttefunktionen:

$$u(C, R) = C^\alpha R^{1-\alpha} \quad (67)$$

Vi ved, at indifferenskurverne er konvekse og monotone (alle punkter nordøst ligger i det indre af den øvre konturmængde og linearkombinationer af punkter på en indifferenskurve ligger i det indre af den øvre konturmængde). Funktionen er samtidig differentiabel, hvorfor vi ved, at den indre løsning løser et unikt maximum, der løser, at $|\frac{p_1}{p_2}| = |MRS|$. Vi kan samtidig erstatte

$\leq$ med $=$. Afsluttende tjekker vi randløsninger. Hvor:

$$MRS = \frac{\alpha C^{\alpha-1} R^{1-\alpha}}{(1-\alpha)C^\alpha R^{-\alpha}} = \frac{\alpha}{1-\alpha} \frac{R}{C} \quad (68)$$

Når $C \rightarrow 0$, går $MRS \rightarrow \infty$ og når $R \rightarrow 0$, går $MRS \rightarrow 0$, derfor er der essentialitet i begge ender og ingen randløsninger. Vi opstiller nu maksimeringsproblemet og løser:

$$\max_{C,R} C^\alpha R^{1-\alpha} \quad \text{u.b.b.} \quad pC + wR = w\tilde{L} \quad (69)$$

Lagrange bliver:

$$\mathcal{L}(C, R) = C^\alpha R^{1-\alpha} + \lambda(w\tilde{L} - pC - wR) \quad (70)$$

FOC bliver:

$$\alpha \cdot C^{\alpha-1} R^{1-\alpha} - \lambda p = 0 \quad (71)$$

$$(1-\alpha)C^\alpha R^{-\alpha} - \lambda w = 0 \quad (72)$$

$$w\tilde{L} - pC - wR = 0 \quad (73)$$

Vi løser:

$$\begin{aligned} \frac{\alpha \cdot C^{\alpha-1} R^{1-\alpha}}{(1-\alpha)C^\alpha R^{-\alpha}} &= \frac{p}{w} \\ \frac{\alpha}{(1-\alpha)} \frac{R}{C} &= \frac{p}{w} \\ \frac{\alpha}{(1-\alpha)} R &= \frac{Cp}{w} \\ R &= \frac{Cp}{w} \frac{(1-\alpha)}{\alpha} \end{aligned}$$

Og indsætter i budgetbetingelsen:

$$\begin{aligned} pC + w \cdot \left(\frac{Cp}{w} \frac{(1-\alpha)}{\alpha} \right) &= w\tilde{L} \\ pC + \frac{Cp(1-\alpha)}{\alpha} &= w\tilde{L} \\ C \cdot \left(p + \frac{p(1-\alpha)}{\alpha} \right) &= w\tilde{L} \\ C &= \frac{w\tilde{L}}{p + \frac{p(1-\alpha)}{\alpha}} \\ C &= \frac{w\tilde{L}}{\frac{p}{\alpha}} \\ C^* &= \alpha \frac{w\tilde{L}}{p} \end{aligned}$$

Vi indsætter tilbage:

$$R^* = \alpha \frac{w\tilde{L}}{p} \frac{p}{w} \frac{(1-\alpha)}{\alpha}$$

$$R^* = \tilde{L}(1-\alpha)$$

Marshall efterspørgslen er altså:

$$(C^*, R^*) \in \left(\alpha \frac{w\tilde{L}}{p}, \tilde{L}(1-\alpha) \right) \quad (74)$$

5.3

Den studerendes optimale arbejdstid bliver da:

$$L = \tilde{L} - [\tilde{L}(1-\alpha)]$$

$$L = \tilde{L} - \tilde{L} + \alpha\tilde{L}$$

$$L^* = \alpha\tilde{L}$$

Som altså kun afhænger af parameteren α og den samlede arbejdstid, der er til rådighed. Bemærk, at α er andelen af det samlede forbrug, der går til forbrug.

5.4

Budgetbetingelsen bliver:

$$pC + (1-\tau)wR \leq (1-\tau)w\tilde{L}$$

Arbejdsudbuddet er uændret, idet det optimale arbejdsudbud jf. 5.3 ikke afhænger af skattesatsen.