

Mikroøkonomi I: Ugeseddel 11

Levi van Boekel

Uge 47, 2024

Opgave 1

Vi betragter en virksomhed med omkostningsfunktionen:

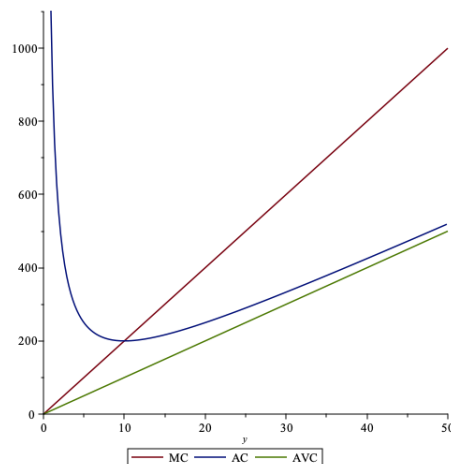
$$c(y) = 10y^2 + 1000 \quad y \geq 0 \quad (1)$$

1.1

Vi har:

$$\begin{aligned} MC &= c(y)' = 20y \\ AC &= \frac{c(y)}{y} = \frac{10y^2 + 1000}{y} = 10y + \frac{1000}{y} \\ AVC &= \frac{10y^2}{y} = 10y \end{aligned}$$

Som er illustreret grafisk nedenfor;



Figur 1: MC, AC og AVC illustreret

1.2

I et kompetitivt marked gælder det, at virksomheder profitmaksimerer ved at producere den mængde, hvor det gælder, at de marginale omkostninger er sammenfaldende med prisen (fordi virksomhederne ikke har nogen indflydelse på prisen under FKK). I et hvilket som helst punkt hvor $p > MC$ ville virksomhederne nemlig kunne øge deres overskud ved at øge produktionen, hvorfor et sådant punkt ikke kan være optimum. På samme måde, hvis $MC > p$, her vil virksomhederne kunne øge deres indtjening ved at producere mindre, hvorfor begge scenarier bringer os tilbage til $p = MC$. Da er virksomhedens profitmaksimerende udbudsfunktion:

$$P = 20y$$

$$y = \frac{p}{20} \equiv S(p)$$

Som altså fortæller noget om, hvad udbuddet er til en given pris. Hvis vi i stedet vil have prisen som funktion af udbuddet (dvs. hvilken pris der skal være for at tilvejebringe et givent udbud), kan vi blot opskrive den inverse:

$$P(y) \equiv 20y \quad (2)$$

Heraf kan vi aflæse, at prisen for at udbuddet skal være 1, skal være 20, hvilket også passer med den *ikke inverterede udbudskurve*.

Opgave 2

Vi betragter nu en virksomhed med omkostningsfunktionen:

$$c(y) = y^3 - 2y^2 + 2y + 1 \quad y \geq 0 \quad (3)$$

2.1

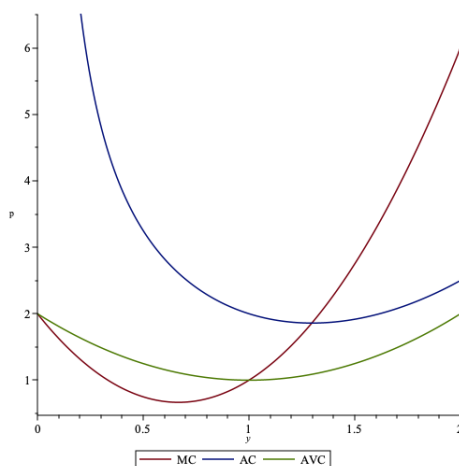
Vi har:

$$MC = c(y)' = 3y^2 - 4y + 2$$

$$AC = \frac{c(y)}{y} = \frac{y^3 - 2y^2 + 2y + 1}{y} = y^2 - 2y + 2 + \frac{1}{y}$$

$$AVC = \frac{y^3 - 2y^2 + 2y}{y} = y^2 - 2y + 2$$

Som er tegnet nedenfor:



Figur 2: MC, AC og AVC illustreret

2.2

På et kompetitivt marked (hvor virksomhederne er pristagere) vil den profitmaksimerende udbudskurve være givet ved $MC = p$, idet der ellers ville gælde, at virksomhederne kunne øge deres produktion og opnå højere profit ($MC < P$) eller vice versa ($MC > P$). Altså:

$$3y^2 - 4y + 2 = p \quad (4)$$

Som er en andengradsligning med $a = 3$, $b = -4$ og $c = 2 - p$. Diskriminanten er:

$$\begin{aligned} D &= 16 - [4 \cdot 3 \cdot (2 - p)] \\ &= 16 - [24 - 12p] \\ &= -8 + 12p \end{aligned}$$

Da vi kun er interesseret i positive løsninger har vi.

$$\begin{aligned} y &= \frac{4 + \sqrt{-8 + 12p}}{6} \\ y &= \frac{4 + \sqrt{4 \cdot (-2 + 3p)}}{6} \\ y &= \frac{4 + 2\sqrt{-2 + 3p}}{6} \\ y &= \frac{2 \cdot (2 + \sqrt{-2 + 3p})}{6} \\ y &= \frac{2 + \sqrt{-2 + 3p}}{3} \equiv S(p) \end{aligned}$$

Hvor $-2 + 3p \geq 0$. Som altså giver os produktionen som funktion af prisen, hvorimod ligning 4

giver os den inverse udbudskurve, dvs. prisen som funktion af mængden.

2.3

Arealet i den første figur er lig med omsætning minus de variable omkostninger. Ved prisen 6 er udbuddet:

$$S(6) = \frac{2 + \sqrt{-2 + 3 \cdot 6}}{3} = \frac{2 + 4}{3} = 2 \quad (5)$$

Hvorfor omsætningen er $R = p \cdot q = 2 \cdot 6 = 12$. De variable omkostninger er:

$$AVC(2) \cdot 2 = (2^2 - 2 \cdot 2 + 2) \cdot 2 = 4 \quad (6)$$

Hvorfor vi har:

$$PS = 12 - 4 = 8 \quad (7)$$

I den anden figur kan vi blot bestemme følgende integral:

$$\begin{aligned} PS &= \int_0^{y^*} (P - MC(y)) dy \\ &= \int_0^2 (6 - [3y^2 - 4y + 2]) dy \\ &= \int_0^2 (-3y^2 + 4y + 4) dy \\ &= [-y^3 + 2y^2 + 4y]_0^2 = 8 \end{aligned}$$

Som giver samme areal.

I den tredje figur er arealet R givet ved et rektangel, der har højden givet ved $p - p_{min} = 6 - \frac{2}{3}$, og bredden ved 0 – skæring mellem MC og AVC. Skæringen er:

$$\begin{aligned} y^2 - 2y + 2 &= 3y^2 - 4y + 2 \\ 2y^2 &= 2y \\ y^2 - y &= 0 \\ y \cdot (y - 1) &= 0 \end{aligned}$$

Hvor vi er interesseret i $y = 1$. Altså er arealet af R :

$$R = \left(6 - \frac{2}{3}\right) = 5.33 \quad (8)$$

Arealet er T er nu trekanten der udspændes fra skæringen mellem y^* – skæring mellem MC og AVC

og samme højde som før, dvs:

$$T = \frac{(6 - \frac{2}{3})}{2} = 2.667 \quad (9)$$

Derfor er det samlede PS:

$$PS = R + T = 8 \quad (10)$$

Som er sammenfaldende med de øvrige resultater.

Opgave 3

3.1

For at finde det produktionsniveau, som giver de laveste gennemsnitlige omkostninger for en enkelt virksomhed skal vi differentiere de gennemsnitlige omkostninger med hensyn til Q og sætte lig 0;

$$\begin{aligned} \frac{\delta AC(Q)}{\delta Q} &= \left[\frac{TC(Q)}{Q} \right]' = 0 \\ \frac{TC(Q)' \cdot Q - TC(Q)}{Q^2} &= 0 \\ \frac{MC(Q) \cdot Q - TC(Q)}{Q^2} &= 0 \\ MC(Q) \cdot Q - TC &= 0 \\ MC(Q) &= \frac{TC(Q)}{Q} = AC(Q) \end{aligned}$$

Det gælder, altså, at de laveste gennemsnitlige omkostninger for en enkel virksomhed optræder, når $MC = AC$. Intuitionen er, at gennemsnittet falder, hvis $MC < AC$ og vice versa, hvorfor det laveste gennemsnit opnås, når $MC = AC$ (det er også derfor, at MC kurven altid skærer AVC og AC i deres minima).

3.2

På lang sigt vil alle virksomheder have det produktionsniveau, der giver de minimale gennemsnitlige omkostninger, fordi alle input frit kan justeres og der ikke længere er nogle faste faktorer.

Opgave 4

Vi betragter et marked, hvor alle virksomheder på lang sigt har følgende omkostningsfunktion:

$$c(y) = \begin{cases} 3y^2 + 300 & \text{hvis } y > 0 \\ 0 & \text{hvis } y = 0 \end{cases} \quad (11)$$

Den faste omkostning er altså en såkaldt *overhead cost*, der kræves for at producere en positiv mængde (f.eks. skal en maskine købes).

4.1

Virksomhedens langsigtede gennemsnitlige omkostningsfunktion ved positiv produktion er:

$$AC(y) = \frac{c(y)}{y} = \frac{3y^2 + 300}{y} = 3y + \frac{300}{y} \quad (12)$$

4.2

Vi ved, at hver virksomhed producerer ved $MC = AC$, altså:

$$\begin{aligned} 3y + \frac{300}{y} &= 6y \\ 3y^2 + 300 &= 6y^2 \\ 3y^2 &= 300 \\ y^2 &= 100 \\ y &= 10 \quad \text{fordi vi kun betragter ikke negative mængder} \end{aligned}$$

4.3

Vi ved, at:

$$MC = p$$

$$6y = p$$

$$60 = p$$

Hvorfor den langsigtede ligevægtspris under FKK er 60.

4.4

Udbudskurven på lang sigt er:

$$6y = p \iff S(p) = \frac{p}{6} \quad (13)$$

Hvorfor antallet af firmaet i ligevægt er:

$$\begin{aligned} D(p) &= n \cdot S(p) \\ 1000 - 10 \cdot 60 &= n \cdot \frac{60}{6} \\ 400 &= 10n \\ n &= 40 \end{aligned}$$

Der er altså 40 virksomheder på markedet.

Opgave 5

Vi betragter det samme marked som fra opgave 4, men har nu en kortsigtet omkostningsfunktion givet for $\bar{k} > 0$:

$$c^{SR}(y \mid \bar{k}) = 2y^2 + 4\bar{k} + 300 \quad 0 \leq y \leq 2\sqrt{\bar{k}} \quad (14)$$

5.1

Fordi omkostningerne stiger lineært med $\bar{k}$, findes de mindste omkostninger der, hvor $\bar{k}$ er lavest. For at finde dette punkt betragtes begrænsningen:

$$\begin{aligned} 0 &\leq y \leq 2\sqrt{\bar{k}} \\ 0 &\leq y^2 \leq 4\bar{k} \\ 0 &\leq \frac{y^2}{4} \leq \bar{k} \end{aligned}$$

Vi ved altså, at $\bar{k}$ mindst skal være $\frac{y^2}{4}$. Det kan vi indsætte i (14) og finde det ønskede:

$$\begin{aligned} 2y^2 + y^2 + 300 \\ 3y^2 + 300 &\equiv s^{LR} \end{aligned}$$

5.2

På lang sigt vil virksomhederne, jf. resultaterne fra (4.2) producere $y = 10$. De vil derfor have mulighed for at justere deres kapitalapparatet til det niveau, og idet det gælder, at den samlede produktion er begrænset af kapitalapparatet, må det gælde, at den producerede mængde svarer til den øvre begrænsning. Altså:

$$\begin{aligned} 10 &= 2\sqrt{\bar{k}} \\ 100 &= 4\bar{k} \\ \bar{k} &= 25 \end{aligned}$$

Som dermed er det langsigtede $\bar{k}$.

5.3

Vi ved, at den enkelte virksomhed har marginale omkostninger givet ved:

$$MC = \frac{p}{4} \quad (15)$$

Samtidig ved vi, at den maksimale produktion er $y = 10$, idet $\bar{k} = 25$. Derfor har vi:

$$y^{SR} = \begin{cases} \frac{p}{4} & \text{hvis } p \leq 40 \\ 10 & \text{hvis } p > 40 \end{cases} \quad (16)$$

Idet vi havde 40 identiske virksomheder er markedsudbuddet altså:

$$S(p)^{SR} = \begin{cases} 10p & \text{hvis } p \leq 40 \\ 400 & \text{hvis } p > 40 \end{cases} \quad (17)$$

I ligevægt har vi da at udbud er lig efterspørgsel, for $p \leq 40$ svarer det til:

$$10p = 700 - 10p \iff p = 35 \quad (18)$$

Mens det for $p > 40$ svarer til:

$$400 = 700 - 10p \iff p = 30 \quad (19)$$

Hvilket er i modstrid med betingelsen. Derfor er ligevægtsprisen på kort sigt: $p = 35$.

5.4

På lang sigt er den producerede mængde, samt prisen uændret, idet virksomhederne stadigvæk producerer ved $MC = AC$, hvor $MC = p$. Antallet af virksomheder er derfor:

$$\begin{aligned} 700 - 600 &= 60n \\ n &= 10 \end{aligned}$$

Idet der er fri entry og exit.