

Økonomisk Historie: Ugeseddel 6

Levi van Boekel

Uge 47, 2024

Opgave 1

Vi betragter følgende økonomi i diskret tid:

$$\frac{A_t}{A_{t-1}} = \begin{cases} \left(\frac{\hat{A}}{A_{t-1}}\right)^\delta H_{t-1} & \text{for } 1 < A < \hat{A}, \\ 1 & \text{ellers} \end{cases} \quad (1)$$

$$H_t = \nu I_{t-1}, \quad \nu > 0. \quad (2)$$

$$I_t = \gamma \left(\frac{Y_t}{N}\right), \quad \gamma > 0. \quad (3)$$

$$Y_t = A_t H_t^\alpha N^{1-\alpha}, \quad \alpha \in (0, 1) \quad (4)$$

1.1

Den første ligning (1) tager udgangspunkt i Nelson og Phelps (1990) og beskriver vækstraten i det teknologiske stade, og tilsiger, at der er *advantages of backwardness*, idet en større afstand til vidensfronten, $(\hat{A})$, giver anledning til større vækstrater. Vi ser ligeledes, at samfund kun kan opnå teknologisk vækst, hvis deres initiale teknologiske niveau er over et givet benchmark (1) og lavere end vidensfronten.

Den anden ligning (2) beskriver, hvordan humankapitalniveauet udvikler sig, som produkt af effektiviteten i produktion af humankapital (ν) og investeringerne i humankapital fra forgående periode.

Den tredje ligning (3), beskriver, at investeringerne i en given periode er givet som forholdet mellem den samlede indkomst og befolkningen, ganget med en parameter, γ .

Den fjerde ligning er en standard CD produktionsfunktion, der tager humankapital og befolkningsstørrelse som input.

1.2

Ved at log transformere ligning 1 får vi, dvs. f.eks. $\ln(A_t) = a_t$

$$a_t - a_{t-1} \begin{cases} \delta \cdot [\hat{a} - a_{t-1}] + h_{t-1} & \text{for } 0 < A < \hat{a}, \\ 0 & \text{ellers} \end{cases} \quad (5)$$

Vi kan nu fortolke ligningen (og dermed udviklingen i teknologiniveauet) som samspillet mellem kausal og praktisk viden, hvor den kausale viden kan opfattes som vidensfronten, $\hat{a}$, og den praktiske viden er den lokale innovation givet ved a_{t-1} . Udviklingen af den praktiske viden stimuleres af et højere humankapitalniveau, hvorfor den ligeledes indgår i ligningen (af modeltekniske årsager indgår den som et positivt led og bliver ikke ganget på). Den anden ligning fås ved indsættelse:

$$\begin{aligned} H_t &= \nu \cdot \gamma \left[\frac{Y_{t-1}}{N} \right] \\ &= \nu \cdot \gamma [A_{t-1} H_{t-1}^\alpha N^{-\alpha}] \\ h_t &= \ln(\nu) + \ln(\gamma) + a_{t-1} + \alpha h_{t-1} - \alpha n \\ h_t - h_{t-1} &= \ln(\nu) + \ln(\gamma) + a_{t-1} + (\alpha - 1)h_{t-1} - \alpha n \end{aligned}$$

1.3

Vi definerer nu humankapital som $h = -m$, og får:

$$\Delta a_t \equiv a_t - a_{t-1} \begin{cases} \delta \cdot [\hat{a} - a_{t-1}] - m_{t-1} & \text{for } 0 < A < \hat{a}, \\ 0 & \text{ellers} \end{cases} \quad (6)$$

Og:

$$\begin{aligned} -m_t + m_{t-1} &= \ln(\nu) + \ln(\gamma) + a_{t-1} - (\alpha - 1)m_{t-1} - \alpha n \\ \Delta m_t \equiv m_t - m_{t-1} &= -\ln(\nu) - \ln(\gamma) - a_{t-1} - (1 - \alpha)m_{t-1} + \alpha n \end{aligned}$$

I en steady state er begge dele simultant opfyldt, dvs. $\Delta m_t = 0 \wedge \Delta a_t = 0$. For at tegne fase diagrammet skal vi udlede nulllines for de to differensligninger. Vi starter med den første og får:

$$0 = \delta [\hat{a} - a_{t-1}] - m_{t-1} \iff m_{t-1} = \delta [\hat{a} - a_{t-1}] \equiv A$$

Hvis $0 < a < \hat{a}$, dvs. man kan ikke komme ud over vidensfronten, samt, at der er en nedre grænse. Bevægelsesmønsteret her er, at hvis $m > \tilde{m}$ vil udviklingen i teknologiniveauet dæmpes og vice

versa. Nullclinet i den anden ligning bliver:

$$\begin{aligned}
 0 &= -\ln(\nu) - \ln(\gamma) - a_{t-1} - (1 - \alpha)m_{t-1} + \alpha n \\
 (1 - \alpha)m_{t-1} &= -\ln(\nu) - \ln(\gamma) - a_{t-1} + \alpha n \\
 B \equiv m_{t-1} &= \frac{-\ln(\nu) - \ln(\gamma) - a_{t-1} + \alpha n}{(1 - \alpha)} = \frac{\eta - a_{t-1}}{1 - \alpha}
 \end{aligned}$$

Hvor $\eta \equiv -\ln(\nu) - \ln(\gamma) + \alpha n > 0$. Bevægelsesmønstret er her, hvis $m_{t-1} > \tilde{m}$, vil m_t presses nedad og vice versa. Hældningerne på de to nulllines er:

$$\begin{aligned}
 \frac{\delta A}{\delta a_{t-1}} &= -\delta \\
 \frac{\delta B}{\delta a_{t-1}} &= -\frac{1}{1 - \alpha}
 \end{aligned}$$

Da begge parametre er mellem 0 og 1, er $\Delta m = 0$ kurven altså stejlere (B). Der kan altså kun opstå tre tilfælde, (1), hvor B overalt ligger over A , (2) hvor A overalt ligger over B og (3) at de to kurver skærer hinanden. Hvis vi antager, at $\frac{\eta}{1-\alpha} > \bar{a}$, samt $\eta > \bar{a}$, svarer det til, at B ligger overalt over A , idet δ er mellem 0 og 1, og skæringen med andenaksen er hhv. $\delta\hat{a}$ og $\frac{\eta}{1-\alpha}$, mens skæringen med andenaksen er hhv. η og $\hat{a}$. Vi har altså:

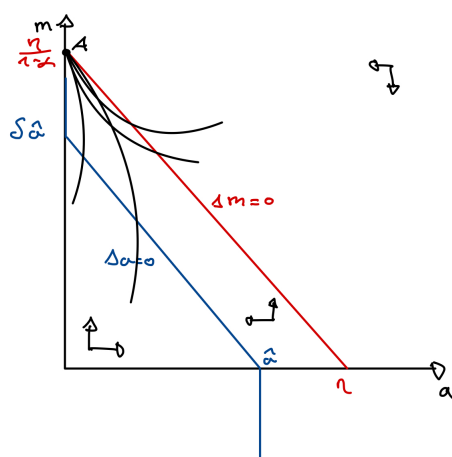


Figure 1: Principskitse af fasediagram (1)

Hvorfor steady staten jf. pilene vil indfinde sig ved $m^* = \frac{\eta}{1-\alpha}$. Intuitionen er, at vidensfronten i samfundet er ved et for lavt niveau (derfor beliggenheden af kurverne) til at kunne gøre op for, at misery er stigende (ved lavt a), idet *advantages of backwardness* er for lave.

1.4

Det modsatte gælder nu, idet teknologifronten er øget, og *advantages of backwardness* nu er store nok til at kunne kompensere for den initialt stigende misery. Økonomien ender altså nu er en steady steady state ved $a = \hat{a}$, og $m^* = \frac{\eta - \hat{a}}{1 - \alpha}$. Det skitseret nedenfor:

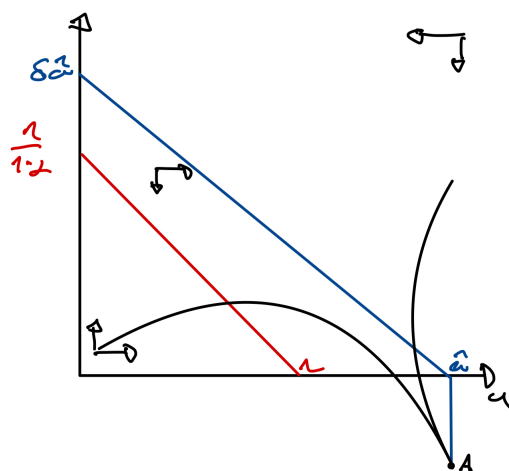


Figure 2: Principskitse af fasediagram (2)

1.5

Hvis ν er større i region N betyder det, at effektiviteten i produktion af humankapital er støst i regionen. I *misery st. st.* vil denne økonomi have et lavere niveau af m , idet $m^* = \frac{\eta}{1-\alpha}$ og η afhænger negativt af ν . Derfor vil humankapitalniveauet her være størst. Selve $\delta A = 0$ kurven er dog uberørt, hvorfor landet med region N først vil bevæge sig imod st. st., jf. nedenstående illustration (bemærk, at den nye st. st. kan opnås så snart $\delta M = 0$ er over $\delta A = 0$):

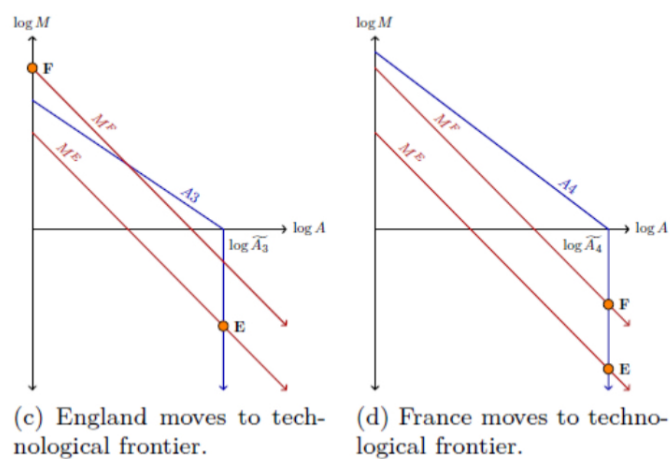


Figure 3: Fasediagram for to lande (3)

1.6

En central test af modellen hidrører fra at undersøge, om der rent faktisk var forskellige i humankapitalniveauer mellem regioner, der gennemløb industrialiseringen tidligt og sent. Det gør

Kelly mfl. selv i deres artikel og finder belæg for påstanden. I følge forfatterne ligner industrialiseringen i England det teoretiske resultat, der er fremkommet i spm. 1.5, idet de argumenterer for, at ν var højere i UK, end i Frankrig. Bemærk, at modellen netop også fortæller, at Frankrig på et tidspunkt ender med at industrialisere (hvilket jo er historisk korrekt...).