

Makroøkonomi I: Ugeseddel 8

Levi van Boekel

Uge 47, 2024

Opgave 1

1.1

Vi starter emed at tage den afledte med hensyn til

$$\begin{aligned}\log y^{n^*} &= \log \left[(1 - \alpha) \cdot B^{\frac{1}{1-\alpha}} \left[\frac{a}{\bar{r}} \right]^{\frac{1}{1-\alpha}} \cdot \frac{1}{1 - \frac{s}{n} \bar{r}} \right] \\ n \cdot \log y &= \log(K) - \log\left(1 - \frac{s}{n} \bar{r}\right) \\ \log y^{n^*} &= \log(K) - \log\left(1 - \frac{s}{n} \bar{r}\right)\end{aligned}$$

Og finder nu elasticiteten som:

$$\begin{aligned}\frac{d \ln y}{d \ln s} &= \frac{d \ln y}{ds} \cdot \frac{ds}{d \ln s} \\ &= \frac{d \ln y}{ds} \cdot s \quad \text{fordi} \quad \frac{ds}{d \ln s} = \left[\frac{1}{s} \right]^{-1}\end{aligned}$$

Altså:

$$e_o = \frac{\frac{\bar{r}}{n}}{1 - \frac{s}{n} \bar{r}} \cdot s = \frac{\frac{s}{n} \cdot \bar{r}}{1 - \frac{s}{n} \bar{r}}$$

Som er det ønskede.

1.2

Vi ved, at $\tilde{r} \equiv \frac{\bar{r}}{r_c^*}$, hvilket betyder, at $\bar{r} = \tilde{r} \cdot \frac{\alpha n}{s}$. Vi indsætter i elasticiteten og får:

$$e_o = \frac{\frac{s}{n} \cdot \tilde{r} \cdot \frac{\alpha n}{s}}{1 - \frac{s}{n} \frac{\alpha n}{s}} = \frac{\alpha \tilde{r}}{1 - \alpha \tilde{r}}$$

Som er det ønskede. Hvis den indenlandske rente er lig den verdensrenten, får vi $\tilde{r} = 1$, og dermed $e_o = \frac{\alpha}{1-\alpha} = e_c$. For at undersøge, hvad der hvis den indenlandske rente ikke er lig verdensrenten omskriver vi det til:

$$e_o = \frac{1}{\frac{1}{\tilde{r}} - 1} \quad (1)$$

Vi ser, at hvis $\tilde{r} > r_c^*$, vil $\tilde{r}$ blive større, hvorfor hele udtrykket bliver mindre (hvis den indenlandske opsparing er mindre, og renten dermed er højere) og vice versa, hvis den indenlandske opsparing er større, og renten dermed falder.

1.3

Intuitionen bag resultatet er, at en stigning i opsparingsraten i tilfældet, af at landet i forvejen har en højere opsparingsrate (og dermed lavere rente) vil medføre, at landet skal acceptere den højere internationale rente, der gør, at væksten dæmpes. For den lukkede økonomi vil denne effekt ikke finde sted, hvorfor en højere opsparing her slår stærkere igennem på output, idet renten *får lov at falde*. Det modsatte gælder, hvis borgerne har en lavere opsparingsrente en omverdenen — her vil økonomien skulle acceptere en lavere verdensrenten, hvilket vil øge gennemslagskraften af en stigning i opsparingsraten.

Opgave 4

4.1

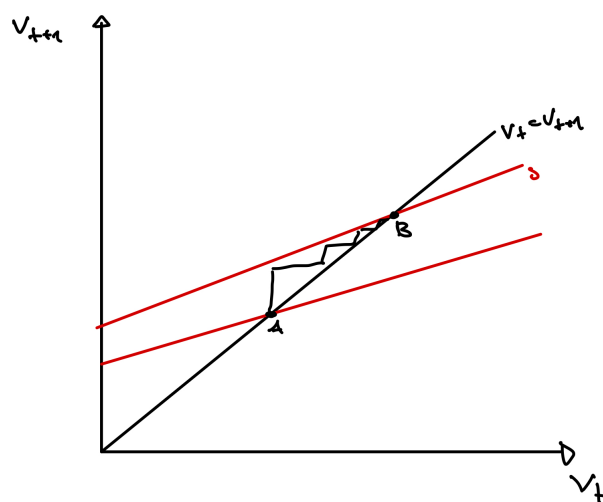
Transitions ligningen er:

$$v_{t+1} = \frac{1 + s\bar{r}}{1 + n} v_t + \frac{sw^*}{1 + n} \quad (2)$$

Hvis s øges vil man både opleve en parallel forskydning opad, idet det sidste led bliver højere (som er skæringen med v_{t+1} akse), samtidig med, at hældningen bliver stejlere, hvilket resulterer i rotationen mod uret omkring skæringen med andenaksen. Intuitionen bag den første effekt (forskydningen opad) er, at en stigning i opsparingsraten til ethvert tidspunkt øger den nationale formue, mens den anden effekt (den stejlere hældning) skyldes, at økonomien nu bevæger sig hurtigere mod sit steady state niveau af nationalindkomst, fordi der opspares mere.

4.2

Fasediagrammet er indtegnet nedenfor, hvor A betegner den oprindelige st.st. og B betegner den nye st.st.



Figur 1: Principsskitse af fasediagram med illustreret konvergensproces

BNP per capita, samt lønningerne er uberørte af stødet, idet de bestemmer på baggrund af parametrene i modellen, samt den internationale (eksogene) rente, $\bar{r}$. I indeværende periode vil $\frac{s}{n}$ stige til det højere niveau, og blive ved dette niveau i de efterfølgende perioder. Nationalindkomsten per capita vil være uberørt i indeværende periode, men øges i de efterfølgende (idet der opspares mere, som jo først kan mærkes i periode $t + 1$), uanset om landet er kreditor eller debitor på de internationale kapitalmarkeder. I st. st. vil det blive ved et nyt, højere niveau. Den samme mekanik gælder for nationalindkomsten per capita. Forbruget vil starte med at falde, idet $(1 - s)$ bliver mindre, men på sigt tiltage, idet y^{n*} stiger og $c = (1 - s)y^{n*}$.

4.3

I st. st. er BNP per indbygger uændret, mens nationalindkomsten stiger til et nyt, højere niveau. Det er omend ikke klart, i hvilket retning forbruget i st. st. påvirkes, da den negative effekt af højere opsparring ikke altid modsvares af en højere stigning i y^{n*} . Nettofordringserhvelvelsen bliver mere positiv, hvis landet i forvejen er kreditor, mens den bliver mindre negativ hvis landet i forvejen er debitor (og bliver debitor).

Opgave 5

5.1

Vi indsætter i (27) og løser:

$$\begin{aligned} y^{n*} &= (1 - \alpha)B^{\frac{1}{1-\alpha}} \left[\frac{\alpha}{\frac{\alpha n}{s}} \right]^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \frac{1}{1 - \frac{s}{n} \cdot \frac{\alpha n}{s}} \\ &= (1 - \alpha)B^{\frac{1}{1-\alpha}} \left[\frac{s}{n} \right]^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \frac{1}{1 - \frac{s}{n} \cdot \frac{\alpha n}{s}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= (1 - \alpha) B^{\frac{1}{1-\alpha}} \left[\frac{s}{n} \right]^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \frac{1}{(1 - \alpha)} \\
&= B^{\frac{1}{1-\alpha}} \left[\frac{s}{n} \right]^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}
\end{aligned}$$

Som er nøjagtig sammenfaldende med steady state indkomsten per capita i kapitel 3 (34), idet nationalindkomst svarer til BNP, hvis der ikke er nogle kapitalflows. Den nationale formue er ligeledes sammenfaldende med kapital per arbejder og givet ved:

$$\begin{aligned}
v^* &= \frac{\frac{s}{n}}{(1 - \alpha)} \cdot (1 - \alpha) B^{\frac{1}{1-\alpha}} \left[\frac{\alpha}{\frac{\alpha n}{s}} \right]^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \\
&= \frac{s}{n} B^{\frac{1}{1-\alpha}} \left[\frac{s}{n} \right]^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \\
&= B^{\frac{1}{1-\alpha}} \left[\frac{s}{n} \right]^{\frac{1}{1-\alpha}}
\end{aligned}$$

Som er sammenfaldende med den fra kapitel 3.

5.2

Transitionsligningen bliver:

$$\begin{aligned}
v_{t+1} &= \frac{1 + s \cdot \frac{\alpha n}{s}}{1 + n} v_t + \frac{s \cdot w^*}{1 + n} \\
&= \frac{1 + \alpha n}{1 + n} v_t + \frac{s \cdot w^*}{1 + n}
\end{aligned}$$

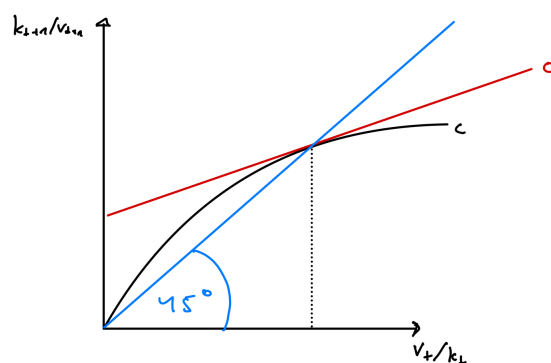
Hvor den afledte er:

$$v'_{t+1} = \frac{1 + \alpha n}{1 + n} \quad (3)$$

Som er det ønskede. I kapitel 3 har vi følgende hældning i st. st.:

$$\begin{aligned}
\frac{\delta k_{t+1}}{\delta k_t} &= \frac{s \alpha B \left[B^{\frac{1}{\alpha-1}} \left[\frac{s}{n} \right]^{\frac{1}{1-\alpha}} \right]^{1-\alpha} + 1}{1 + n} \\
&= \frac{s \alpha B^{-1} \left[B \left[\frac{s}{n} \right]^{-1} \right] + 1}{1 + n} \\
&= \frac{1 + \alpha n}{1 + n}
\end{aligned}$$

Som er det samme.



Figur 2: Principskitse af fasediagram for de to modeller

Det ser umiddelbart ud til, at konvergensprocessen er hurtigere for den åbne økonomi, idet der her ikke er aftagende grænseprodukt til kapital (idet det altid kan forrentes til verdensrenten).

5.3

Steady state værdierne bliver:

$$y_{B_1}^* = 1^{\frac{1}{1-0.4}} \left[\frac{0.2}{0.01} \right]^{\frac{0.4}{1-0.4}} \approx 0.63$$

$$y_{B_2}^* = 2^{\frac{1}{1-0.4}} \left[\frac{0.2}{0.01} \right]^{\frac{0.4}{1-0.4}} \approx 2.01$$

Og:

$$k_{B_1}^* = 1^{\frac{1}{1-0.4}} \left[\frac{0.2}{0.01} \right]^{\frac{1}{1-0.4}} \approx 0.31$$

$$k_{B_2}^* = 2^{\frac{1}{1-0.4}} \left[\frac{0.2}{0.01} \right]^{\frac{1}{1-0.4}} \approx 1$$

Ændringen af B ændrer st. st. værdierne i begge økonomier, men ændrer ikke hældningen på transitionsdiagrammet i den åbne, men alene skæringen med andenaksen. Omvendt er det for den lukkede, her vil hældningen ændres og transitionsprocessen vil gå relativt hurtigere.

Opgave 6

Vi indsætter i (18) og får:

$$\begin{aligned} y^* &= B^{\frac{1}{1-\alpha}} \cdot \left[\frac{\alpha}{\frac{n\alpha}{i^*}} \right]^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \\ &= B^{\frac{1}{1-\alpha}} \cdot \left[\frac{i^*}{n} \right]^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \\ \ln y^* &= \frac{1}{1-\alpha} \ln(B) + \frac{\alpha}{1-\alpha} [\ln(i^*) - \ln(n)] \end{aligned}$$

I kapitel 3 fandt vi:

$$\ln y^* = \frac{1}{1-\alpha} \ln(B) + \frac{\alpha}{1-\alpha} [\ln(s) - \ln(n + \delta)] \quad (4)$$

Umiddelbart virker konklusionerne fra figur 3.7 og 3.8 at modbevise argumentet i opgaven, da vi ser at både investeringsrater indgår positivt og befolkningsvækst indgår negativt.