

Mikroøkonomi II: Ugeseddel 1

Levi van Boekel

Uge 6, 2025

Opgave 1

(a)

Modellens anatomi er beskrevet i nedenstående tabel:

Teknologi og Præferencer	Adfærd og Ligevægt
<i>Eksogene funk./var./relationer:</i> $u_A = x_1^A + \alpha \ln(x_2^A)$ $u_B = x_1^B + x_2^B$ $\alpha, \omega_1^A = 5, \omega_2^A = 5, \omega_1^B = 5, \omega_2^B = 5$ Tilstanden skal være opnåelig, dvs. $(x_1^A + x_1^B = 10$ og $x_2^A + x_2^B = 10)$	<i>Agenternes beslutninger:</i> – $\curvearrowright$ <i>Betinget adfærd:</i> –
<i>Endogene variable:</i> $x_1^A, x_2^A, x_1^B, x_2^B$	<i>Ligevægtsbetingelser:</i> –

(b)

I de Pareto stabile allokering må vi kræve, at de to forbrugere har ens MRS, da der ellers vil danne sig en *kerne* som de kan bytte ind i og dermed opnå højere nytte. De to MRS er:

$$MRS_A = \frac{1}{\frac{\alpha}{x_2}} = \frac{x_2}{\alpha} \quad (1)$$

Og:

$$MRS_B = 1 \quad (2)$$

Kravet om Pareto-stabilitet giver os:

$$\frac{x_2}{\alpha} = 1 \iff x_2 = \alpha \quad (3)$$

Vi ser dermed, at en højere værdi af α vil resultere i, at forbruger 2 får tildelt en større andel af vare 2 i de (indre) Pareto stabile tilstande. Det skyldes, at han her værdsætter godet højere.

(c)

Modellens anatomi er nu:

Teknologi og Præferencer	Adfærd og Ligevægt
<i>Eksogene funk./var./relationer:</i> $u_A = x_1^A + \alpha \ln(x_2^A)$ $u_B = x_1^B + x_2^B$ $\alpha, \omega_1^A = 5, \omega_2^A = 5, \omega_1^B = 5, \omega_2^B = 5$ Tilstanden skal være opnåelig, dvs. $(x_1^A + x_1^B = 5 \text{ og } x_2^A + x_2^B = 5)$	<i>Agenternes beslutninger:</i> $\max_{x_1^A, x_2^A} u_A(x_1^A, x_2^A) \quad u.b.b. \quad p_1 x_1^A + p_2 x_2^A = m_A$ $\max_{x_1^B, x_2^B} u_B(x_1^B, x_2^B) \quad u.b.b. \quad p_1 x_1^B + p_2 x_2^B = m_B$ $\curvearrowright$ Betinget adfærd: $x_1^{A*}(p_1, p_2, m_A), x_2^{A*}(p_1, p_2, m_A)$ $x_1^{B*}(p_1, p_2, m_B), x_2^{B*}(p_1, p_2, m_B)$
<i>Endogene variable:</i> $x_1^A, x_2^A, x_1^B, x_2^B$	<i>Ligevægtsbetingelser:</i>

(d)

Nu haves:

Teknologi og Præferencer	Adfærd og Ligevægt
<i>Eksogene funk./var./relationer:</i> $u_A = x_1^A + \alpha \ln(x_2^A)$ $u_B = x_1^B + x_2^B$ $\alpha, \omega_1^A = 5, \omega_2^A = 5, \omega_1^B = 5, \omega_2^B = 5$ Tilstanden skal være opnåelig, dvs. $(x_1^A + x_1^B = 5 \text{ og } x_2^A + x_2^B = 5)$	<i>Agenternes beslutninger:</i> $\max_{x_1^A, x_2^A} u_A(x_1^A, x_2^A) \quad u.b.b. \quad p_1 x_1^A + p_2 x_2^A = m_A$ $\max_{x_1^B, x_2^B} u_B(x_1^B, x_2^B) \quad u.b.b. \quad p_1 x_1^B + p_2 x_2^B = m_B$ $\hookrightarrow$ Betinget adfærd: $x_1^{A*}(p_1, p_2, m_A), x_2^{A*}(p_1, p_2, m_A)$ $x_1^{B*}(p_1, p_2, m_B), x_2^{B*}(p_1, p_2, m_B)$
<i>Endogene variable:</i> p_1, p_2, m_A, m_B	<i>Ligevægtsbetingelser:</i> Der eksisterer en Walras prisvektor, der clearer begge markeder: $x_1^A(p_1^*, p_2^*) - 5 + x_1^B(p_1^*, p_2^*) - 5 = 0$ $x_2^A(p_1^*, p_2^*) - 5 + x_2^B(p_1^*, p_2^*) - 5 = 0$

(e)

Ja. Da første velfærdssætning gælder (begge forbrugere har monotont voksende præferencer, samt ingen eksternaliteter ved forbrug) vil enhver Walrasligevægt være Paretoefficient.

(f)

Ja, forbruger B vil have et strengt positivt forbrug af *en* af varerne (vilkårligt hvilken), da han opnår positiv nytte ved forbrug af begge varer, og dermed aldrig vil ende i en situation, hvor han bytter sig til at have nul af begge (nul af en vare er dog en mulighed; hans præference beskriver perfekte substitutter).

(g)

Under diktator antagelsen, ændres anatomien til nedenstående.

Teknologi og Præferencer	Adfærd og Ligevægt
<i>Eksogene funk./var./relationer:</i> $u_A = x_1^A + \alpha \ln(x_2^A)$ $u_B = x_1^B + x_2^B$ $\alpha, \omega_1^A = 5, \omega_2^A = 5, \omega_1^B = 5, \omega_2^B = 5$ Tilstanden skal være opnåelig, dvs. $(x_1^A + x_1^B = 5 \text{ og } x_2^A + x_2^B = 5)$	<i>Agenternes beslutninger:</i> $\max_{x_1^A, x_2^A, x_1^B, x_2^B} u_A(x_1^A, x_2^A)$ u.b.b.: $x_1^A + x_1^B = 5 + 5,$ $x_2^A + x_2^B = 5 + 5.$ $\curvearrowright$ Betinget adfærd: $x_1^{A*} = 10, x_2^{A*} = 10$ $x_1^{B*} = 0, x_2^{B*} = 0$
<i>Endogene variable:</i> $x_1^A, x_2^A, x_1^B, x_2^B$	<i>Ligevægtsbetingelser:</i>

(h)

Da diktatoren opnår strengt positiv nytte af begge varer, og ikke bekymrer sig om nytten af den anden forbruger, løses diktatorens problem af, at han forbruger alle varer i økonomien (og den anden forbruger dermed tildeles 0). Det fremgår også af (g). Den nye fordeling er *efficient*, fordi forbruger 2 ikke kan stilles bedre uden at stille forbruger 1 værre.

(i)

At erstatte et frit markedet med en diktator fører her ej til noget efficienstab, men der er fordelingsmæssige implikationer. Under antagelsen af et frit marked, vil forbruger 2 nemlig været garanteret et strengt positivt forbrug af en af varerne (med den givne initialbeholdning), mens han under diktatoren *aldrig* vil have et positivt forbrug, *uanset* initialbeholdning; diktatoren vil forbruge alt.

Opgave 2

(a)

Forbrugeren står overfor følgende nyttemaksimeringsproblem:

$$\max_{f,x} f + \left[\frac{a}{b}x - \frac{1}{2b}x^2 \right] \quad u.b.b. f + p \cdot x = I \quad (4)$$

Lagrange:

$$\mathcal{L}(f, x) = f + \left[\frac{a}{b}x - \frac{1}{2b}x^2 \right] + \lambda(I - f - p \cdot x) \quad (5)$$

Giver FOC:

$$1 - \lambda = 0 \quad (6)$$

$$\frac{a}{b} - \frac{1}{b}x - \lambda p = 0 \quad (7)$$

$$I - f - p \cdot x = 0 \quad (8)$$

Divider (6) med (7) og opnå:

$$\frac{b}{a} - \frac{b}{x} = \frac{1}{p}$$

$$\frac{a}{b} - \frac{x}{b} = p$$

$$a - x = b \cdot p$$

$$x = a - b \cdot p \quad (9)$$

Som er forbrugers efterspørgsel efter is (x) i en indre løsning ¹.

(b)

Virksomhedens profitmaksimeringsproblem er:

$$\max_x p \cdot x - \left[-\frac{c}{d}x + \frac{1}{2d}x^2 + F \right] \quad (10)$$

FOC:

$$\frac{\delta \pi}{\delta x} = p - \left[-\frac{c}{d} + \frac{x}{d} \right]$$

$$\frac{x}{d} - \frac{c}{d} = p$$

$$x = p \cdot d + c \quad (11)$$

¹Tilsvarende kan efterspørgslen efter *alt andet* (f) findes ved indsættelse tilbage i (8).

(c)

I markedsligevægten gælder det, at udbuddet er lig efterspørgslen. Da:

$$\begin{aligned}4 - 2 \cdot p &= p \cdot 1 + 1 \\3 &= 3 \cdot p \\p &= 1\end{aligned}\tag{12}$$

Dermed har vi:

$$x_D = 4 - 2 = 2 \quad \text{og} \quad x_S = 1 + 1 = 2\tag{13}$$

(d)

Vi ved, at skatten betales af producenterne ($p_s = p_b - t$). Det vil sige ligevægtsprisen er nu:

$$\begin{aligned}4 - 2 \cdot p_b &= p_b - t + 1 \\3p_b &= 3 + t \\p_b &= 1 + \frac{t}{3}\end{aligned}\tag{14}$$

Som ved $t = 1$ bliver:

$$p_b = 1 + \frac{1}{3} = \frac{4}{3}\tag{15}$$

Sælger prisen (efter skat) er derfor:

$$p_s = \frac{4}{3} - 1 = \frac{1}{3}\tag{16}$$

Den tilsvarende mængde er:

$$x_D = 4 - 2 \cdot \frac{4}{3} = \frac{4}{3} \quad \text{og} \quad x_S = \frac{1}{3} + 1 = \frac{4}{3}\tag{17}$$

(e)

Det samlede skatteprovenu er:

$$T = Q \cdot t = \frac{4}{3}\tag{18}$$