

Mikroøkonomi II: Ugeseddel 6

Levi van Boekel

Uge 11, 2025

Opgave 1

(A)

Bibetingelsen bliver:

$$\pi_E [v(w_H) - c] + (1 - \pi_E) [v(w_L) - c] \geq \bar{u} \quad (\text{IR})$$

Hvor $\bar{u}$ er agentens reservationsnytte. Intuitionen er, at agenten skal være mindst lige så godt stillet, hvis han tager jobbet, som hvis han undlader det. Vi bemærker desuden, at $e = 1$ (og π_E), dvs. at principalen har her mulighed for at sikre sig, at medarbejderen arbejder hårdt.

(B)

Bibetingelsen må nødvendigvis være bindende (dvs. $\leq$ erstattes af $=$). Betragt et tilfælde, hvor $\{w_H, w_L\} \implies u > \bar{u}$; her vil virksomhedsejeren kunne mindske lønnen indtil $u = \bar{u}$, hvilket netop er det mål som principalen har jf. opgavebeskrivelsen. Dermed fås:

$$\pi_E [v(w_H) - c] + (1 - \pi_E) [v(w_L) - c] = \bar{u} \quad (\text{IR}')$$

Problemet er derfor;

$$\arg \min_{w_H, w_L} \pi_E w_H + (1 - \pi_E) w_L \quad \text{u.b.b.} \quad \text{IR}'$$

Som giver følgende Lagrange funktion:

$$\mathcal{L}(w_H, w_L) = \pi_E w_H + (1 - \pi_E) w_L - \lambda [\pi_E [v(w_H) - c] + (1 - \pi_E) [v(w_L) - c] - \bar{u}]$$

(C)

Førsteordensbetingelserne er:

$$0 = \pi_E - \lambda \pi_E \cdot v'(w_H) \quad (1)$$

$$0 = (1 - \pi_E) - \lambda(1 - \pi_E) \cdot v'(w_L) \quad (2)$$

$$0 = \pi_E [v(w_H) - c] + (1 - \pi_E) [v(w_L) - c] - \bar{u} \quad (3)$$

Fra (1) og (2) fås:

$$v'(w_H) = \frac{1}{\lambda}$$

$$v'(w_L) = \frac{1}{\lambda}$$

Dermed er det ønskede vist.

(D)

Fordi det er angivet, at v er strengt konkav ($v''(w) < 0$), gælder det, at de to førsteordensafledte kun kan være lig hinanden, hvis værdierne af argumentet i funktionen er ens. Derfor må vi kræve $w_H = w_L$. Intuitionen er, at den ansatte og risikoavers (nyttefunktionen er strengt konkav), mens virksomheden er risikoneutral og bare vil minimere lønudgiften. Resultatet bliver, at virksomheden påtager sig al risiko, og den ansatte får den samme løn, uanset hvor meget, der bliver solgt.

(E)

Hvis vi ikke længere kan monitorere medarbejderens arbejdsindsats, skal kontrakten designes således, at han er bedre stillet ved at arbejde, end ved at være på Facebook. Vi må altså kræve, at:

$$\pi_E \cdot [v(w_H) - c] + (1 - \pi_E) [v(w_L) - c] \geq \pi_0 \cdot v(w_H) + (1 - \pi_0)v(w_L) \quad (IC)$$

(F)

Vi omskriver IC nedenfor:

$$\pi_E v(w_H) - \pi_E c + (1 - \pi_E)v(w_L) - (1 - \pi_E)c \geq \pi_0 \cdot v(w_H) + (1 - \pi_0)v(w_L)$$

$$\pi_E v(w_H) + (1 - \pi_E)v(w_L) - c \geq \pi_0 \cdot v(w_H) + (1 - \pi_0)v(w_L)$$

$$[\pi_E - \pi_0] v(w_H) + [(1 - \pi_E) - (1 - \pi_0)] v(w_L) \geq c$$

$$[\pi_E - \pi_0] v(w_H) + [\pi_E - \pi_0] - v(w_L) \geq c$$

$$v(w_H) - v(w_L) \geq \frac{c}{[\pi_E - \pi_0]} \quad (IC')$$

Som i ord beskriver, at nytteforskellen mellem den høje og lave løn skal være større end den omkostningen ved ikke at være på Facebook, skaleret med sandsynligheden for, at den høje løn indtræffer. Dvs. en større disnytte ved ikke at være på Facebook øger kravet til lønforskellen, mens en højere sandsynlighed for, at den høje løn indtræffer, mindsker kravet til lønforskellen.

(G)

Da vi alene betragtede (IR') var kravet, at $w_H = w_L$. Hvis vi indsætter det i IC', er betingelsen ikke opfyldt, da venstresiden så bliver 0. Intuitionen er, at agenten i et tilfælde, hvor $w_L = w_H$ ikke vil have noget incitament til at arbejde hårdt, da han jo blot kan være på Facebook. I stedet skal han kompenseres ved at modtage en del af profitten for at ville yde en ekstra indsats. Kompensationen er stigende i c , og faldende i forskellen i risiko, som nævnt i (E). Betingelsen skal være bindende, da principalen er omkostningsminimerende, og det aldrig kan være optimalt at tilbyde en løn, der er over det nødvendige.

(H)

Idet lønnen netop varierer på baggrund af virksomhedens indtjening jf. (IC') understøttes udsagnet. Vi ser ligeledes, at graden af indtjeningsdelen ikke skal overstige det minimale krav, der sættes af (IC'), da betingelsen netop er bindende.

(I)

Som nævnt ovenfor, er kravet stigende i c (dvs. disnyttens ved ikke at kunne være på Facebook) og faldende i $\pi_E - \pi_0$, dvs. jo mindre variation, der er i indtjeningen, jo mindre er kravet. Intuitionen er, at agenten stadigvæk er risikoavers, og kræver en kompensation, hvis variationen i indtjeningen er for stor.

Opgave 2

(A)

Vi ser, at forsikringsselskabets profit er $\Pi = 10 \cdot (p - 0.4 \cdot 100) + 10 \cdot (p - 0.7 \cdot 100)$, idet der er 20 studerende, og 50 pct. af dem har en 40 pct. chance for at modtage karakteren B (og dermed skal gøre brug af forsikringen), mens de andre 50 pct. har en 70 pct chance for at modtage karakteren B. De to IR betingelser er, at de studerende i begge grupper skal stilles bedre end deres reservationsnytte ved at deltage i forsikringen. Da begge forbrugere opnår en nytte på 100 ved at få karakteren A, der reservationsnyttens $p_a \cdot 100$, mens gevinsten er $100 - p$. Det fremgår, at

virksomheden maksimerer prisen for forsikringen, idet de antager, at deres udgift til bestikkelsen er fast.

(B)

De to bibetingelsen leder hver især frem til:

$$p \leq 40$$

$$p \leq 70$$

Kombineret svarer det altså til, at prisen skal være mindre eller lig 1.667. Deres forventede profit er her:

$$\Pi_{A,B} = 10 \cdot (40 - 0.4 \cdot 100) + 10 \cdot (40 - 0.7 \cdot 100) = -30$$

Forsikringen vil altså her opnå en negativ profit.

(C)

Nej, virksomheden vil aldrig sælge til de studerende fra den første gruppe, da den tvinger dem til at sætte den lavere pris, der giver dem negativ profit. Hvis de bare sælger til gruppe to vil de kunne tjene en positiv profit, der stiller dem strengt bedre.

(D)

Den eneste bibetingelse er nu $p \leq 70$. Det er oplagt profitmaksimerende, at sætte $p = 70$, og profitten er her $\Pi = 0$.