

# Mikroøkonomi II: Ugeseddel 8

Levi van Boekel

Uge 12, 2025

## Opgave 1

(A)

Vi betragter en udbyder med cost funktionen:

$$C(y) = \frac{y^2}{2}$$

Samt to kundegrupper med invers efterspørgsel:

$$D(p) = 100 - p \quad 0 \leq p \leq 100$$

$$D(p) = 60 - p \quad 0 \leq p \leq 60$$

Når monopolisten skal sælge maden til den samme pris, uanset kundegruppe står han dermed overfor følgende aggregerede efterspørgselsfunktion:

$$D(p) = \begin{cases} 100 - p & \text{for } 60 \leq p \leq 100 \quad \text{F køber} \\ 160 - 2p & \text{for } 0 \leq p \leq 60 \quad \text{begge køber} \end{cases}$$

Den marginale omsætning ved kun at sælge til F er:

$$MR_F = 100 - 2x$$

I ligevægt er  $MR = MC$ , dvs:

$$100 - 2x = x \iff x = \frac{100}{3}$$

Her er prisen  $100 - \frac{100}{3} = \frac{200}{3}$  og overholder bibetingelsen.

$$\Pi = \frac{200}{3} \cdot \frac{100}{3} - \frac{1}{2} \left( \frac{100}{3} \right) \approx 1.666$$

Hvis vi i stedet sælger til begge kundegrupper får vi:

$$MR_{ALL} = 80 - x$$

Som giver:

$$80 - x = x \iff x = 40$$

Prisen er  $p^* = 80 - \frac{1}{2}40 = 60$ , hvilket overholder bibetingelsen. Kundegrupperne køber hhv.

$$x_A = 40$$

$$x_B = 0$$

Da det igen kun er gruppe 1, der køber ved vi allerede nu, at profitten er strengt mindre, da vi ved maksimering med hensyn til gruppen alene fandt frem til en højere pris og lavere mængde.

## (B)

Hvis vi antager, at monopolisten kan kende forskel på de to kundegrupper (men ikke kan sælge til hver enkelt persons betalingsvillighed), er der tale om tredjegradsprisdiskrimination. Dermed bliver profitmaksimeringsproblemet:

$$\max_{x_A, x_B} p_A(x_A) \cdot x_A + p_B(x_B) \cdot x_B - C(x_A + x_B)$$

De to FOC giver er  $p(x) + p'(x) \cdot x$  og giver:

$$100 - 2x_A = x_A + x_B$$

$$60 - 2x_B = x_A + x_B$$

Isoler  $x_B$  i den anden og få  $x_B = 20 - \frac{1}{3}x_A$ . Indsæt i den første:

$$100 - 2x_A = x_A + 20 - \frac{1}{3}x_A$$

$$300 - 6x_A = 3x_A + 60 - x_A$$

$$240 = 8x_A$$

$$x_A = 30$$

Indsæt tilbage og få  $x_B = 20 - \frac{1}{3}30 = 10$ . Profitten er nu:

$$\Pi = 30 \cdot 70 + 10 \cdot 50 - \frac{40^2}{2} = 1800$$

Som er strengt større end i tilfældet, hvor monopolisten *ikke* kunne prisdiskriminere. Intuitionen er, at monopolisten nu også kan sælge til de studerende, der har en lav betalingsvillighed, fordi vedkommende ikke skal sænke prisen på alle hans øvrige varer (hvilket har en negativ indflydelse på profit).

### (C) & (D)

Vi kan forestille os, at  $IC$  betingelsen skal sikre, at de forskellige kundegrupper køber den vare, der er tiltænkt dem. Fordi fakultetet har en interesse i at købe den vare, der er tiltænkt de studerende, vil løsningen blive 'bedre' implementeret, hvis de studerende skal bevise, at de opfylder kriteriet. Det omvendte gælder ikke; de studerende vil ikke købe produktet, der er tiltænkt fakultetet, hvorfor et krav om ID her ikke vil forstærke implementeringen.

## Opgave 2

### (A)

Monopolisten står overfor følgende PA-problem:

$$\begin{aligned} \max \quad & s_j + s_b \\ \text{u.b.} \quad & \\ a_j x_j - \frac{1}{2} x_j^2 & \geq s_j & (IR_J) \\ a_b x_b - \frac{1}{2} x_b^2 & \geq s_b & (IR_B) \end{aligned}$$

Hvor  $IR$  betingelserne sikrer, at forbrugeroverskuddet (her meningsfyldt, pga. kvasilineære præferencer) er større end priser.  $IC$  betingelserne sikrer, at grupperne vil vælge den mængde, der er tiltænkt dem.

Begge  $IR$  betingelser må binde med lighedstegn, da profitten ellers kan øges. Derfor har vi:

$$\max_{x_j, x_b} a_j x_j - \frac{1}{2} x_j^2 - s_j + a_b x_b - \frac{1}{2} x_b^2 - s_b$$

FOC:

$$\begin{aligned} a_j - x_j &= 0 \implies x_j = a_j \\ a_b - x_b &= 0 \implies x_b = a_b \end{aligned}$$

Priserne er  $p_b = a_b^2 - \frac{1}{2}a_b^2$  og  $p_j = a_j^2 - \frac{1}{2}a_j^2$ .

### (B)

Udfaldet ville være nøjagtig det samme. Der er tale om førstegradsprisdiskrimination, der leder til et efficient udfald, fordi der nu ikke længere er en negativ effekt af at mindske prisen for en enkelt forbruger på alle andre forbrugere. Det betyder, at monopolisten vil sætte prisen nøjagtig lig MB for alle forbrugere på markedet.

### (C)

Nu skal IC binde og vi har derfor andengradsprisdiskrimination. Da:

$$\begin{aligned} \max s_j + s_b \\ \text{u.b.b} \\ a_j x_j - \frac{1}{2} x_j^2 &\geq s_j & (IR_J) \\ a_b x_b - \frac{1}{2} x_b^2 &\geq s_b & (IR_B) \\ a_j x_j - \frac{1}{2} x_j^2 - s_j &\geq a_j x_b - \frac{1}{2} x_b^2 - s_b & (IC_J) \\ a_b x_b - \frac{1}{2} x_b^2 - s_b &\geq a_b x_j - \frac{1}{2} x_j^2 - s_j & (IC_B) \end{aligned}$$

Vi ved, at Bülowfamilien har højst betalingsvillighed og derfor vil have incitament til at vælge Jensens pakke. Derfor må  $IC_b$  binde. Vi gætter, at  $IR_J$  ligeledes binder og får:

$$\begin{aligned} s_j &= a_j x_j - \frac{1}{2} x_j^2 \\ s_b &= a_b x_b - \frac{1}{2} x_b^2 - a_b x_j + \frac{1}{2} x_j^2 + s_j \end{aligned}$$

Maksimeringsproblemet er nu:

$$\max_{x_j, x_b} a_j x_j - \frac{1}{2} x_j^2 + a_b x_b - \frac{1}{2} x_b^2 - a_b x_j + \frac{1}{2} x_j^2 + a_j x_j - \frac{1}{2} x_j^2$$

FOC:

$$\begin{aligned} \frac{\delta \pi}{\delta x_b} : a_b - x_b = 0 &\iff x_b = a_b \\ \frac{\delta \pi}{\delta x_j} : 2(a_j - x_j) = a_b - x_j &\iff x_j = 2a_j - a_b \end{aligned}$$

Prisen for familie Jensen er:

$$\begin{aligned}s_j &= 2a_j^2 - a_b a_j - \frac{1}{2}(2a_j - a_b)^2 \\ &= a_j a_b - \frac{1}{2}a_b^2\end{aligned}$$

Mens familie Bülow betaler:

$$\begin{aligned}s_b &= a_b^2 - \frac{1}{2}a_b^2 - a_b(2a_j - a_b) + \frac{1}{2}(2a_j - a_b)^2 + a_j a_b - \frac{1}{2}a_b^2 \\ &= \frac{3}{2}a_b^2 - 3a_b a_j + 2a_j^2\end{aligned}$$

Profitten er dermed  $\Pi = a_b^2 - 2a_b a_j + 2a_j^2$ . Bülowfamilien får nu deres gamle bundt ved en lavere pris (information rent), mens Jensen familien får et mindre bundt – ligeledes til lavere pris.

### (D)

Ja, det kan være optimalt for monopolisten ikke at udbyde nogle pakker. Det kan også være optimalt kun at sælge til den ene familie, eller slet ikke at sælge. For at tjekke det skal vi bestemme optimum under de forskellige tilfælde og sammenligne profitten.