

Mikroøkonomi II: Ugeseddel 12

Levi van Boekel

Uge 18, 2025

Opgave 1

(A)

Vi nyttemaksimerer henover nyttefunktionen (for eksogent givet indkomst) for at vise, at Annas nyttefunktion passer til de angivne (indre) Marshall efterspørgsler. Da:

$$\max_{x_1^A, x_2^A} 2x_1^A + \ln(x_2^A) \quad \text{u.b.b} \quad p_1x_1^A + p_2x_2^A = m$$

Lagrange er givet ved:

$$\mathcal{L}(x_1, x_2) = 2x_1^A + \ln(x_2^A) + \lambda(m - p_1x_1^A - p_2x_2^A)$$

Med FOC:

$$\begin{aligned} 2 - \lambda p_1 &= 0 \\ \frac{1}{x_2^A} - \lambda p_2 &= 0 \\ p_1x_1^A - p_2x_2^A &= m \end{aligned}$$

Divider den første med den anden og få $2x_2^A = \frac{p_1}{p_2} \iff x_2^{*A} = \frac{p_1}{p_2} \frac{1}{2}$, hvilket er det ønskede. Indsæt nu dette i det tredje: $p_1x_1^A + p_2\frac{p_1}{p_2} \frac{1}{2} = m \iff p_1x_1^A + p_1\frac{1}{2} = m \iff x_1^{A*} = \frac{m}{p_1} - \frac{1}{2}$, hvilket ligeledes er det ønskede. Dermed er det vist, at nyttefunktionen er konsistent med de angivne Marshall efterspørgsler.

(B)

Samfundets nyttemaksimeringsproblem er nu:

$$U(u_1, u_2) = \max_{x_1^A, x_2^A, x_1^B, x_2^B} 2x_1^A + \ln(x_2^A) + 2\ln(x_1^B) + 3x_2^B \quad \text{u.b.b} \quad x_1^A + x_1^B = 2 \text{ og } x_2^A + x_2^B = 2$$

Vi bruger nu bibetingelserne til at gøre problemet til et maksimeringsproblem af to variable, da:

$$\max_{x_1^A, x_2^A} 2x_1^A + \ln(x_2^A) + 2\ln(2 - x_1^A) + 3(2 - x_2^A)$$

FOC:

$$\begin{aligned} \frac{1}{x_2^A} - 3 &= 0 \iff x_2^{A*} = \frac{1}{3} \\ 2 - \frac{2}{2 - x_1^A} &= 0 \iff x_1^{A*} = 1 \end{aligned}$$

Dermed får vi $x_1^{B*} = 2 - 1 = 1$ og $x_2^{B*} = 2 - \frac{1}{3} = \frac{5}{3}$.

(C)

Hvis Anna skal have dobbelt så meget af den anden vare skal hendes nyttefunktion ændres til $u = 2x_1^A + \frac{1}{2}\ln(x_2^A)$. Dermed bliver FOC for varen nemlig:

$$\frac{1}{2x_2^A} - 3 = 0 \iff x_2^{A*} = \frac{1}{6}$$

Og hun får dermed dobbelt så meget af vare 2, mens hun får den samme andel af vare 1.

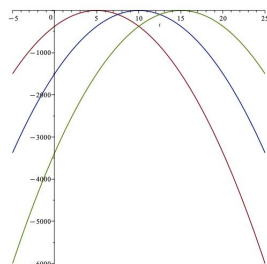
Opgave 2

(A)

Vi bruger budgetbetingelsen og får $u(c, t) = 150 \cdot t - 10t^2$, hvor $c = 150 \cdot t$. Maksimum findes ved $-20t + 150 = 0 \iff t^* = 7.5$

(B)

Funktionen er skitseret nedenfor for $\bar{t} = 5, 10, 15$. Vi ser, at funktionen når sit toppunkt, når $t = \bar{t}$, dvs. når man ikke afviger fra normen. Afvigelser 'straffes' og bliver eksponentielt større (numerisk set).



Figur 1: Skitser af $v(t, \bar{t})$

(C)

Maksimeringsproblemet er nu $u(c, t) = 150 \cdot t - 10t^2 - 15(t - 8)^2$ som giver $390 - 50t = 0 \iff t^* = 7.8$. Vi ser altså, at agenten arbejder mere end under (A) fordi den sociale norm er højere end den optimale arbejdstid, og agenten derfor tilpasser sin arbejdstid positivt.

(D)

Maksimeringsproblemet er nu $u(c, t) = 150 \cdot t - 10t^2 - 15(t - 0)^2$ som giver $150 - 50t = 0 \iff t^* = 3$. Her er situationen altså omvendt; Judith arbejder mindre end i (A), fordi den sociale norm er, at hun arbejder mindre end hendes optimum. Kun hvis hendes optimum i (A) netop svarer til den sociale norm, vil de to være ens.

(E)

Svaret afhænger af vores definition på efficiens. Hvis vi blot definerer det som at nyttemaksimere givet en budgetbetingelse, er alle tre udfald efficiente. Definerer vi det i stedet som udfaldet som 'cold-self' opnår er kun $t^* = 7.5$ efficient, da de sociale normer i C og D får agenten til at handle ud af 'hot-self' og arbejde mindre/mere end hun optimalt selv ville have gjort det uden nogen indvirkning udefra.