

Noter til Mikroøkonomi II

Levi van Boekel

16. maj 2025

Resumé

De følgende noter har til formål at gennemgå de vigtigste emner fra Mikroøkonomi II. Noterne er lavet med udgangspunkt i Nicolaj Harmons forelæsningslides, samt den tilhørende pensumbog.

— København, maj 2025

Indhold

1	Forvridende skatter	4
1.1	Nogle grundlæggende sammenhænge	4
1.2	Incidens	4
1.3	Mængdeeffekt	5
1.4	Dødvægtstab	5
2	Spilteori	5
2.1	Introduktion	5
2.2	Kontinuert strategimængde	6
3	Eksternaliteter	7
3.1	Forurening og besparelser	7
3.1.1	Den optimale ligevægt	7
3.1.2	Markedsligevægten	8
3.1.3	Løsning på inefficiens	8
3.2	Tragedy of the commons	9
3.2.1	Det optimale niveau	9
3.2.2	Markedsligevægt	9
3.3	Coase teoremet	9
4	Monopol	10
4.1	Introduktion	10
4.2	Elasticiteter	10
4.3	Markup	10
5	To kundegrupper	11
5.1	Introduktion	11

6	Principal-Agent modeller	11
6.1	Introduktion	11
6.2	Asymmetrisk information	13
6.2.1	PA model med konstant risiko	13
6.2.2	PA model hvor agenten styrer risiko og adfærd kan betinges	13
6.2.3	PA model hvor agenten styrer risiko og adfærd ikke kan betinges	14
6.2.4	PA model for brugtvognsmarkedet	15
6.2.5	PA model for arbejdsmarkedet	16
7	Prisdiskrimination	17
7.1	1. grads prisdiskrimination	17
7.2	3. grads prisdiskrimination	17
7.3	2. grads prisdiskrimination	18
8	Offentlige Goder	19
8.1	Introduktion	19
8.2	Privat produktion	20
8.3	VCG mekanismen	20
9	Samfundsøkonomi	21
9.1	Præferencerelationer og introduktion til social choice funktioner (SCF)	21
9.2	SCF i demokrati	22
9.2.1	Løsning 1: Agenda setting	22
9.2.2	Løsning 2: Single-peaked præferencer (medianvælgersteoremet)	22
9.3	Arrows umulighedsteorem	23
9.4	Samfundsnytte (SWF)	23
9.4.1	Udfordringer ved SWF	25
9.4.2	Rawls	25
10	Adfærdsøkonomi	26
10.1	Default bias	26
10.2	Loss aversion	26
10.3	Present bias	27
10.4	Kritik	27

Denne side er med vilje efterladt uden indhold.

1 Forvridende skatter

1.1 Nogle grundlæggende sammenhænge

(A) Vi husker, at efterspørgselskurven $D(p)$ angiver efterspørgslen som funktion af prisen, mens den inverse, $D^{-1}(p) = P_d(q)$, angiver hvilken pris, der tilvejebringer en given efterspørgsel. Tilsvarende gælder for udbuds-kurven, dvs $S(p)$ angiver udbuddet som funktion af prisen, mens den inverse, $S^{-1}(p) = P_s(q)$ angiver hvilken pris, der tilvejebringer en given efterspørgsel.

(B) Hvis forbrugere har kvasilineære præferencer angiver CS forbrugernes nyttegevinst fra deltagelse i markedet i kr. Producenternes profitgevinst fra markedet er givet ved PS og summen af de to angiver samlet velfærd og efficiens.

(C) Udbuds- og efterspørgselselasticiteterne er givet ved nedenstående og angiver procentændringen i hhv. udbud og efterspørgsel per procent højere pris:

$$\varepsilon_s = \frac{S'(p)p}{S(p)} \geq 0 \quad \varepsilon_d = \frac{D'(p)p}{D(p)} \leq 0 \quad (\text{Elasticitet})$$

Det gælder, at elasticiteterne af de inverse kurver er lig den inverse af den almindelige elasticitet:

$$\frac{1}{\varepsilon_s} = \frac{p'_s(q)q}{p_s(q)} \quad \frac{1}{\varepsilon_d} = \frac{p'_d(q)q}{p_d(q)} \quad (\text{Invers elasticitet})$$

(D) Når vi betragter et marked med skatter kan gælder det, at der bliver lagt en kile mellem køber- og sælgerpris, dvs:

$$t = p_d - p_s$$

Når vi løser modellerne kan vi derfor enten vælge af pålægge skatten på sælgerne eller køberne:

$$p_d = p_s + t \quad (\text{Køber betaler skat})$$

$$p_s = p_d - t \quad (\text{Sælger betaler skat})$$

1.2 Incidens

For små skatter kan vi finde et udtryk for incidensen af en lille skat ($t = 0$) ved at differentiere ligevægtsbetingelsen:

$$\begin{aligned} D(p_d^*) &= S(p_s^*) \\ D(p_d^*) &= S(p_d^* - t) \\ D'(p_d^*) \frac{\delta p_d^*}{\delta t} &= S'(p_d^* - t) \cdot \left[\frac{\delta p_d^*}{\delta t} - 1 \right] \\ [D'(p_d^*) - S'(p_d^* - t)] \frac{\delta p_d^*}{\delta t} &= -S'(p_d^* - t) \\ \frac{\delta p_d^*}{\delta t} &= \frac{-S'(p_d^* - t)}{D'(p_d^*) - S'(p_d^* - t)} \\ \frac{\delta p_d^*}{\delta t} &= \frac{S'(p_d^* - t) \frac{p^*}{p_d^*}}{S'(p_d^* - t) \frac{p^*}{p_d^*} - D'(p_d^*) \frac{p^*}{p_d^*}} \\ \frac{\delta p_d^*}{\delta t} &= \frac{S'(p_d^*) \frac{p^*}{S(p^*)}}{S'(p_d^*) \frac{p^*}{S(p^*)} - D'(p_d^*) \frac{p^*}{D(p^*)}} \\ \frac{\delta p_d^*}{\delta t} &= \frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_s - \varepsilon_d} \quad (\text{Incidensformel}) \end{aligned}$$

Hvor vi undervejs bruger, at $t = 0$, samt at $q^* = S(p^*) = D(p^*)$. Vi ser, at hvis efterspørgslen er perfekt inelastisk ($\varepsilon_d = 0$), betaler køberne hele skatten, dvs. $\frac{\delta p_d^*}{\delta t} = 1$ og vice versa, udbuddet er perfekt inelastisk. Hvis de er lige elastiske, deles skatten og hvis en af siderne er perfekt elastisk ($\varepsilon_d \rightarrow -\infty$ og $\varepsilon_s \rightarrow \infty$), betaler den anden side ligeledes hele skatten. Formlen har altså bekræftet den velkendte konklusion, at den mest elastiske side af markedet betaler mindre af skatten.

1.3 Mængdeeffekt

For at finde mængdeeffekten af en lille skat ($t = 0$) kan vi differentiere den anden version af ligevægtsbetingelsen

$$\begin{aligned} p_d(q_t^*) &= p_s(q_t^*) + t \\ p_d'(q_t^*) \frac{\delta q_t^*}{\delta t} &= p_s'(q_t^*) \frac{\delta q_t^*}{\delta t} + 1 \\ \frac{\delta q_t^*}{\delta t} &= \frac{1}{p_d'(q_t^*) - p_s'(q_t^*)} \\ \frac{\delta q_t^*}{\delta t} &= \frac{1}{p_d'(q^*) - p_s'(q^*)} \\ \frac{\delta q_t^*}{\delta t} &= \frac{1}{\frac{p_d'(q^*)q^*}{p_d(q^*)} - \frac{p_s'(q^*)q^*}{p_s(q^*)}} \frac{q^*}{p^*} \\ \frac{\delta q_t^*}{\delta t} &= \left[-\frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_s} - \frac{1}{\varepsilon_d}} \right] \frac{q^*}{p^*} \end{aligned} \quad (\text{Mængdeformel})$$

Vi ser, at jo større (numerisk set) elasticiteterne er, jo større vil dødvægtstabet være. Hvis en af siderne er perfekt elastiske vil mængden dog approksimativt være uændret.

1.4 Dødvægtstab

Vi finder nu en approksimativ formel for dødvægtstabet ved at huske, at dødvægtstabet kan skrives som $DWL(t) = \int_{q_t^*}^{q^*} (P_d(q) - P_s(q))dq$ og at den anden ordens Taylor approksimation omkring $t = 0$ er givet ved $DWL(t) \approx DWL(0) + \frac{\delta DWL}{\delta t}t + \frac{1}{2} \frac{\delta^2 DWL}{\delta t^2}t^2$ evalueret i $t = 0$ giver den:

$$\begin{aligned} DWL(t) &\approx -\frac{1}{2} \frac{\delta q_t^*}{\delta t} t^2 \\ DWL(t) &\approx \frac{1}{2} \left[\frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_s} - \frac{1}{\varepsilon_d}} \frac{q^*}{p^*} \right] t^2 \end{aligned} \quad (\text{DWL formel})$$

Hvor vi i sidste omskrivning blot indsætter mængdeformlen. Vi ser, at små skatter giver næsten ingen tab, sammenlignet med store skattestigninger. Intuitionen er her, at små skatter kun spolerer de mindst værdifulde handler. Vi ser desuden, at tabet er mindre, jo mindre elastisk hhv. udbud og efterspørgsel er og at der er intet tab, hvis en af siderne er perfekt elastisk, da de her ikke ændrer adfærd.

2 Spilteori

2.1 Introduktion

Vi starter med at betragte et spil med to spillere, hvor vi definerer strategimængderne, S_1, S_2 , som de valg de to kan vælge. Den valgte strategi benævnes s . Agent 1 'best response' funktion angiver en optimal strategi for spiller 1, som funktion af agent 2's valg som tages for givet. Det vil sige:

$$s_1^*(s_2) \equiv \max_{s_1} u_1(s_1, s_2)$$

Vi definerer en Nash ligevægt som et sæt af strategi, der er best responses til hinanden:

$$\begin{aligned}s_1^*(\bar{s}_2) &= \bar{s}_1 \\ s_2^*(\bar{s}_1) &= \bar{s}_2\end{aligned}$$

Her er der altså ingen, der kan stille sig selv bedre ved at ændre adfærd. Vi siger, at s_1 er svagt domineret af s'_1 , hvis s'_1 stiller spiller 1 bedre, uanset hvad spiller 2 gør:

$$u_1(s'_1, s_2) \geq u_1(s_1, s_2) \quad \text{for alle } s_2 \in S$$

Strategien er strengt domineret, hvis ovenstående gælder med $>$. En strengt domineret strategi vil aldrig blive spillet i ligevægt, mens en svagt domineret strategi godt kan spilles. Betragt nedenstående spil, hvor (u_1, u_2) angiver nytteniveauerne ved valgene:

	2 spiller M	2 spiller F
1 spiller M	(3, 4)	(-3, 6)
1 spiller F	(5, -2)	(0, 0)

Hvis spiller 2 spiller M ser vi, at det er optimalt for spiller 1 at spille F, og så fremdeles, hvorfor vi markerer de valgte strategier med fed:

	2 spiller M	2 spiller F
1 spiller M	(3, 4)	(-3, 6)
1 spiller F	(5 , -2)	(0 , 0)

Vi ser, at F er den strengt dominerende strategi og M er strengt domineret, fordi F er foretrukket til M uanset hvad den anden spiller gør. Svagt dominerede ligevægte kan dog stadigvæk ende i en Nash ligevægt som illustreret nedenfor:

	2 spiller A	2 spiller B
1 spiller A	(5, 3)	(5, 4)
1 spiller B	(3, 1)	(5, 5)

Her er B svagt domineret af A for spiller 1, fordi A giver nytten 5, ligegyldigt hvad.

2.2 Kontinuert strategimængde

Hvis agenterne har kontinuerte strategimængderne, kan vi ikke skrive payoffet op som en matrice, men skal nyttemaksimere for agenterne. Antag, at vi har to agenterne med strategimængderne:

$$S_1 = S_2 = [0, 1000]$$

Og deres respektive præferencer er:

$$\begin{aligned}u_1(s_1, s_2) &= -(s_1 - s_2)^2 - \alpha_1(s_1)^2 \\ u_2(s_1, s_2) &= -(s_1 - s_2)^2 - \alpha_2(s_2 - 1000)^2\end{aligned}$$

Vi finder nu deres respektive best-response funktion ved at maksimere mht. hhv. s_1 og s_2 (dvs. den anden agents valg tages for givet):

$$\max_{s_1} -(s_1 - s_2)^2 - \alpha_1(s_1)^2 \Rightarrow s_1^* = \frac{s_2}{\alpha_1 + 1}$$

Og tilsvarende for agent 2:

$$\max_{s_2} -(s_1 - s_2)^2 - \alpha_2(s_2 - 1000)^2 \Rightarrow s_2^* = \frac{s_1 + \alpha_1 1000}{\alpha_2 + 1}$$

I Nash ligevægten gælder det, at begge agenter best responder til hinanden, hvorfor vi har ligningssystemet givet ved:

$$\begin{aligned}\bar{s}_1 &= \frac{\bar{s}_2}{\alpha_1 + 1} \\ \bar{s}_2 &= \frac{\bar{s}_1 + \alpha_1 1000}{\alpha_2 + 1}\end{aligned}$$

Som kan løses for at få hhv. $\bar{s}_1 = \frac{\alpha_2}{(1+\alpha_2)(1+\alpha_1)-1} 1000$ og $\bar{s}_2 = \frac{(1+\alpha_1)\alpha_2}{(1+\alpha_2)(1+\alpha_1)-1} 1000$

3 Eksternaliteter

3.1 Forurening og besparelser

Vi vil antage, at der findes to typer virksomheder. Den ene virksomhed producerer mængden s , sælger til verdensmarkedsprisen, p_s , og har cost-funktionen givet ved $c_s(s, x)$ som afhænger af den producerede mængde og mængden af forurening, x . Antager, at virksomheden har stigende marginalomkostninger $\frac{\partial c_s(s, x)}{\partial s} > 0$, men at omkostningerne afhænger negativt af mængden af forurening: $\frac{\partial c_s(s, x)}{\partial x} < 0$.

Der eksisterer også en anden virksomhed, der producerer mængden f , sælger til verdensmarkedsprisen, p_f og har cost funktionen $c_f(f, x)$, der udviser stigende marginalomkostninger og afhænger positivt af mængden af forurening. Forureningen kan altså opfattes som en negativ eksternalitet, der udledes af virksomhed 1.

3.1.1 Den optimale ligevægt

Den efficiente situation er karakteriseret ved, at det den samlede profit er maksimeret, dvs:

$$\max_{s, f, x} \pi_s + \pi_f = p_s s - c_s(s, x) + p_f f - c_f(f, x)$$

FOC:

$$\begin{aligned}p_s - \frac{\partial c_s(s, x)}{\partial s} &= 0 \Rightarrow p_s = \frac{\partial c_s(s, x)}{\partial s} \\ p_f - \frac{\partial c_f(f, x)}{\partial f} &= 0 \Rightarrow p_f = \frac{\partial c_f(f, x)}{\partial f} \\ -\frac{\partial c_s(s, x)}{\partial x} - \frac{\partial c_f(f, x)}{\partial x} &= 0 \Rightarrow \frac{\partial c_s(s, x)}{\partial x} = -\frac{\partial c_f(f, x)}{\partial x}\end{aligned}$$

Hvor de første to betingelse tilsiger, at produktionen skal øges indtil MC er lig pris og den tredje betingelse svarer til, at den marginale gevinst ved yderligere forurening i den første virksomhed skal være lig det marginale tab for den anden virksomhed.

3.1.2 Markedsligevægten

Vi vil gøre os den antagelse, at den første selv vælger, hvor meget den vil forurene og *ikke* tager tabet for den anden virksomhed i betragtning. Den anden virksomhed tager dette for givet og 'best responder'. Det betyder, at stålvirksomhedens maksimeringsproblem er:

$$\max_{s,x} p_s s - c_s(s, x) \quad (\text{Maksimering 1})$$

Som giver FOC:

$$p_s = \frac{\delta c_s(s, x)}{\delta x} \quad (\text{FOC}_11)$$

$$-\frac{\delta c_s(s, x)}{\delta s} = 0 \quad (\text{FOC}_12)$$

Vi ser, at 'best response' ikke afhænger af den anden virksomheds valg. Det samme gælder for virksomhed 2, der har maksimeringsproblemet:

$$\max_f p_f f - c_f(f, x) \quad (\text{Maksimering 2})$$

Som giver FOC:

$$p_f = \frac{\delta c_f(f, x)}{\delta x} \quad (\text{FOC}_21)$$

I Nash ligevægten skal alle best responde til hinanden, dvs. alle FOC_1 og FOC_2 skal holde samtidig. Vi ser, at der i begge tilfælde produceres indtil pris er lig marginalomkostning, men at stålvirksomheden under markedsligevægten vælger at forurene indtil det ikke længere sænker omkostninger. Dette er modsat den 'optimale' ligevægt, hvor den marginale gevinst ved forurening skal modsvare det marginale tab.

3.1.3 Løsning på inefficiens

Inefficiensen kan løses på fire måder (1) fusion, (2) at det offentlige dikterer den efficiente mængde forurening, (3) Pigou skatter og (4) tilladelser. Kun (3) diskuteres grundigere.

Pigou skatten tilsiger, at stålvirksomheden skal betale en skat, τ , for hver enhed den forurener, således at nyttemaksimeringsproblemet bliver:

$$\max_{s,x} p_s s - c_s(s, x) - \tau x \quad (\text{Maksimering 1, Pigou})$$

Som giver FOC:

$$p_s = \frac{\delta c_s(s, x)}{\delta x} \quad (\text{FOC}_11)$$

$$-\frac{\delta c_s(s, x)}{\delta s} = \tau \quad (\text{FOC}_12)$$

Det er ikke svært, at se, at $\tau = \frac{c_f(f, x)}{\delta x}$ netop svarer til det efficiente udfald. Kritikken af metoden er, at vi skal kende den marginale eksternalitetsomkostning ved det socialt optimale niveau. En tilsvarende Pigou skat på output giver **ikke efficiens**, fordi stålvirksomheden simultant vælger hvor meget vil forurene og producere. Det gælder helt generelt, at skatten har mest effektiv, hvis den rammer så direkte som muligt på det man vil regulere. Forureningstilladelser giver dog også det efficiente udfald, idet kvoteprisen netop vil afspejle effekten af forurening for firmaerne og eksternaliteten dermed internaliseres.

3.2 Tragedy of the commons

Vi forestiller os, at der eksisterer et landbrugsareal, N angiver antallet af bønder, der bruger arealet og hvert bonde sætter x_i dyr ud på det fælles areal, således at det samlede antal dyr er lig $X = x_1, \dots, x_N$. Vi vil antage, at hvert dyr koster $p = a$ og afkastet af hvert dyr, der er på landbrugsarealet er $f(x)$. Vi vil desuden antage, at gevinsten er aftagende i antallet af dyr og effekten bliver værre, dvs. $f' < 0$, $f'' < 0$.

3.2.1 Det optimale niveau

Det samfundsmæssige optimale niveau fremkommer ved at maksimere summen af alle bøndernes profit. Da X angiver det samlede antal dyr fås:

$$\max_X X \cdot f(X) - aX \quad (\text{Maksimering, samfund})$$

Som giver FOC:

$$f(X) + X f'(X) = a \iff \underbrace{f(X)}_{\text{afkastet på endnu et får}} = \underbrace{a}_{\text{Prisen for et dyr}} - \underbrace{X f'(X)}_{\text{Et ekstra får sænker afkastet på alle andre dyr}}$$

3.2.2 Markedsligevægt

Vi vil antage, at hver bonde selv vælger hvor mange får vedkommende sætter ud for at maksimere sin samlede gevinst, og tager de andres valg for givet. For bonde N er maksimeringsproblemet altså:

$$\max_{x_i} x_i f(x_i + X_{-N}) - a x_i \implies x_i^* = \frac{a - f(X)}{f'(X)}$$

Da alle bønder står overfor det samme maksimeringsproblem vil de alle vælge netop denne mængde, som vi kalder X^B . Da fås:

$$X^B = \frac{a - f(X^B)}{f'(X^B)} \iff \underbrace{f(X^B)}_{\text{afkastet på endnu et får}} = \underbrace{a}_{\text{Prisen for et dyr}} - \underbrace{\frac{X^B}{N} f'(X)}_{\text{Et ekstra får sænker afkastet på en N'te del af andre dyr}}$$

Intuitionen er netop, at den individuelle bonde kun ejer en N 'te del af den samlede bestand og dermed kun tager dette med i sine overvejelser. Det gælder, at ligevægtsmængden er strengt større end det socialt optimale niveau, medmindre der kun er en bonde. Den intuitive forklaring til Inefficiensen er, at der er ingen, der ejer marken og tager hensyn til de samlede negative effekter.

3.3 Coase teoremet

Coase teoremet kan både 'løse' tragedy of the commons, samt forureningseksternaliteten, ved at tildele ejendomsrettighederne. Det tilsiger, at:

DEL 1: Hvis alle ejendomsrettighederne er fordelt bliver slutresultatet efficient (Pareto optimalt), uanset hvordan ejendomsrettighederne er fordelt (hvis transaktionsomkostningerne ikke er for store)

DEL 2: Hvis agenterne har quasi-lineære præferencer er ligevægtsmængden af eksternaliteten uafhængig af hvordan ejendomsrettighederne fordeles (intuitionen er, at der er ingen indkomsteffekt og indkomsten netop påvirkes af ejendomsrettighederne)

4 Monopol

4.1 Introduktion

Monopolisten maksimerer sin profit og står derfor overfor følgende maksimeringsproblem, når den optimale mængde vælges:

$$\max_x \underbrace{R(x) - C(x)}_{p(x)x}$$

Som giver FOC:

$$R'(x) = C'(x) \iff MR(x) = MC(x)$$

Den tilhørende ligevægtspris findes via efterspørgselskurven $p^m = p(x^m)$. MR er givet ved:

$$MR = \underbrace{p(x)}_{\text{Indtægt fra ekstra salg}} + \underbrace{p'(x) \cdot x}_{\text{Prisen falder på alle salg}}$$

4.2 Elasticiteter

Under antagelse af, at marginalomkostningerne er svagt positive, $MC(x) \geq 0$ skal det følgende gælde om marginalomkostningerne:

$$\begin{aligned} MR(x) &\geq 0 \\ p(x) + p'(x)x &\geq 0 \\ p(x) &\geq -p'(x)x \\ 1 &\leq \frac{p(x)}{-p'(x)x} \\ 1 &\leq -\varepsilon_d \\ 1 &\leq |\varepsilon_d| \end{aligned}$$

Som i ord tilsiger, at monopolisten aldrig vil lægge sig i et punkt, hvor efterspørgselsens priselasticitet er numerisk mindre end 1. Intuitionen er, at en prisstigning på 1 pct. vil mindske den efterspurgte mængde med mindre end 1 pct, hvorfor det her vil give en højere profit at øge prisen. Dette vil monopolisten fortsætte med at gøre, indtil elasticiteten bliver svagt større end 1.

4.3 Markup

Vi kan udlede et udtryk for monopolistens markup ved nedenstående:

$$\begin{aligned} MR(x) &= MC(x) \\ p(x) + p'(x)x &= MC(x) \\ 1 + \frac{p'(x)x}{p(x)} &= \frac{MC(x)}{p(x)} \\ 1 + \frac{1}{\varepsilon_d} &= \frac{MC(x)}{p(x)} \\ p(x) &= \frac{1}{1 - \frac{1}{|\varepsilon_d|}} MC(x) \end{aligned} \quad (\text{Markup})$$

Vi ser, at markuppen stiger, jo mindre elastisk kundegrupperne er (tættere på 1), jo højere er markuppen. Hvis $|\varepsilon_d| \rightarrow \infty$ er markuppen lig 1, og prisen bliver lig MC.

5 To kundegrupper

5.1 Introduktion

Fremfor at antage, at markedet kun består af en kundetype, vil vi nu tillade, at efterspørgslen kommer fra to forskellige kundegrupper med hver deres markedsefterspørgsel, $D_A(p)$ og $D_B(p)$. Vi vil fast antage, at kundegruppe B har den største betalingsvillighed for den første enhed, $p_B(0) > p_A(0)$. Markedsefterspørgslen findes ved at summere $D(p) = D_A(p) + D_B(p)$ **og ikke summen af de inverse!!** Når vi summerer kurverne skal vi desuden holde styr på, hvornår de individuelle efterspørgsler giver en efterspørgsel på 0. Det er illustreret nedenfor:

$$D_A(p) = 18 - 3p \quad D_B(p) = 12 - p$$

Vi ser, at den maksimale pris for den første gruppe er $p = 6$, mens den maksimale pris for den anden gruppe er $p = 12$. Dermed bliver markedsefterspørgslen opdelt:

$$D(p) = \begin{cases} 30 - 4p & 0 \leq p \leq 6 \quad \text{begge køber} \\ 12 - p & 6 \leq p \leq 12 \quad \text{kun B køber} \end{cases}$$

For at finde ligevægten skal vi inverttere ovenstående bruge det til hhv. $MC = p_d$ eller $MR = MC$. Vi gennemgår kun eksemplet for monopolisten og bemærker, at der kan være to løsninger, hvorfor til sidst skal tjekke om løsningerne overholder betingelsen for hvor efterspørgslerne er defineret. Hvis betingelsen er overholdt begge gange (kun muligt ved monopol) skal man tjekke hvilken der giver højest profit og vælge den.

Vi starter med at inverttere efterspørgselskurverne, hvor vi indsætter p-grænserne fra $D(p)$:

$$p_d(x) = \begin{cases} \frac{15}{2} - \frac{1}{4}x & 6 \leq x \leq 30 \quad \text{begge køber} \\ 12 - x & 0 \leq x \leq 6 \quad \text{kun B køber} \end{cases}$$

Vi antager desuden, at $MC = 3 + \frac{1}{4}x$. Vi starter nu med at tjekke tilfældet, hvor begge køber.

$$\frac{15}{2} - \frac{1}{2}x = 3 + \frac{1}{4}x \implies x^* = 6$$

Den tilhørende pris er $p_d(6) = 4.5$ som overholder begrænsningen, og profitten er $\Pi = 6 \cdot 4.5 - (3 \cdot 6 + \frac{1}{8}6^2) = 4.5$. Hvis kun en af grupperne køber, fås:

$$12 - 2x = 3 + \frac{1}{4}x \implies x^* = 4$$

Den tilhørende pris er $p_d(4) = 12 - 4 = 8$ som overholder antagelsen. Profitten er her $\Pi = 8 \cdot 4 - (3 \cdot 4 + \frac{1}{8}4^2) = 18$. Da profitten er størst ved kun at sælge til gruppe B vil monopolisten gøre dette.

6 Principal-Agent modeller

6.1 Introduktion

PA modeller bruges når forskellige kontrakter skal indgås. Hvis vi forestiller os, at x er arbejdstid, løn er s og produktionen er en funktion af arbejdstiden, $y = f(x)$ står virksomheden altså overfor følgende problem, når de

skal tilbyde en kontrakt bestående af arbejdstid og løn:

$$\begin{aligned} \max_{s,x} y - s \\ \text{u.b.b.} \\ u(s, x) \geq \bar{u} \end{aligned} \tag{IR}$$

Hvor $\bar{u}$ angiver reservationsnyttens og $u(s, x) = s - c(x)$. Betingelsen om, at agenten skal opnå svagt større nytte ved at acceptere kontrakten kaldes *Individual Rationality Constraint (IR)* og angiver, at det skal være rationelt at sige ja. Bibetingelsen skal binde, idet virksomheden ellers kan sænke lønnen og opnå større profit, hvorfor vi får:

$$s - c(x) = \bar{u} \iff s = \bar{u} + c(x)$$

I denne simple model kan vi altså blot sætte s tilbage ind i maksimeringsproblemet og differentiere mht. x

$$f'(x) - c'(x) = 0 \iff f'(x) = c'(x)$$

Som tilsiger, at arbejdstiden skal sættes til det niveau, hvor marginalproduktet er lig arbejderens marginale dis-nytte. Randløsningen $x^* = 0$ og $s^* = 0$ er potentielt også mulig her, hvis den indre løsning giver negativ profit.

Udfordringen er, at der nu ikke er noget, der forhindrer agenten i at arbejde 0 timer, når han har sagt ja til kontrakten, da hans maksimeringsproblem her blot er $\max_x s^* - c(x)$. To alternative kontrakttyper, der sikrer, at det efficiente udfald bliver overholdt er:

(1) Franchising: Her skal agenten betale et fast beløb R til principalen, men får ellers hele overskuddet. Derfor bliver hans maksimeringsproblem $\max_x f(x) - R - c(x)$.

(2) Resultatløn: Her får agenten kun sin løn $s = \bar{u} + c(x^*)$, hvis der produceres $f(x^*)$ og ellers får han 0. Ved ikke at arbejde fås $\bar{u}$, mens agenten netop opnår $s^* - c(x^*) = u$ som er det han takkede ja til i første omgang.

Bemærk, at **overskudsdeling** ikke sikrer efficiens. Hvis vi lader $s = \bar{s} + a f(x)$ hvor a angiver overskuddet der bliver delt, bliver FOC dermed $a f'(x) = c'(x)$ og idet $a \in]0, 1[$ vil der ikke skabes efficiens. Intuitionen er, at agenten kun modtager en del af produktionen og derfor arbejder for lidt.

De forskellige typer af kontrakttyper forsøger at få agenten til at overholde kontrakten. Vi kalder dette for **IC** – *Incentive Compatibility Constraint* som tilsiger, at agenten skal have incitament til at overholde kontrakten. Dermed bliver vores problem:

$$\begin{aligned} \max_{s,x} y - s \\ \text{u.b.b.} \\ u(s(y), x) \geq \bar{u} \\ u(s(y), x) \geq u(s(y), x') \quad \text{for alle } x' \end{aligned} \tag{IR} \tag{IC}$$

Hvor vi skriver $s(y)$ fordi vi aflønningen kan afhænge af produktionen. I praksis vil vi sjældent løse selve modellen fra bunden, men i stedet komme med en mere verbal model, dvs. hvis noget er en løsning før IC og det overholder IC, må det også være optimum i det endelige problem.

Det er værd at understrege, at PA agenter har en tendens til at principalen får relativt meget (agenten kompenseres netop kun for sin outside option og disnytte), fordi han kan fremlægge et 'take-it-or-leave-it' tilbud. Det kan modvirkes ved at øge reservationsnyttens eller tilføje flere konkurrerende PA og have som bibetingelse at profitten skal være 0.

6.2 Asymmetrisk information

6.2.1 PA model med konstant risiko

Vi vil antage, at agentens nytte afhænger af forbrug via $v(c)$, hvor c afhænger af indkomsten, M og om hvorvidt agenten oplever et uheld, M . Med π ssh. oplever han et uheld og taber L , dvs. $c = M - L$, mens han med $1 - \pi$ ssh. ikke oplever et uheld og får $c = M$. Principalen er et forsikringsselskab, som koster Γ og betaler K , hvis der er et uheld, hvorfor vi får $c = M - \Gamma - L + K$ og $c = M - \Gamma$ som mulige tilstande. Agentens outside option er $\bar{v} = \pi v(M - L) + (1 - \pi)v(M)$. Principalen skal nu vælge størrelsen på hhv. Γ og K :

$$\begin{aligned} \max_{\Gamma, K} & \pi(\Gamma - K) + (1 - \pi)\Gamma \\ \text{u.b.b.} & \\ & \pi v(M - L - \Gamma + K) + (1 - \pi)v(M - \Gamma) \geq \bar{v} \end{aligned}$$

Vi lader nu $c_1 = M - \Gamma$ beskrive forbruget uden uheld og $c_2 = M - \Gamma - L + K$ være forbruget med. Vi kan nu omskrive $\Gamma = M - c_1$ og $K = c_2 - c_1 + L$ og indsætte dette i vores PA problem:

$$\begin{aligned} \max_{c_1, c_2} & M - \pi L - (1 - \pi)c_1 - \pi c_2 \\ \text{u.b.b.} & \\ & \pi v(c_2) + (1 - \pi)v(c_1) \geq \bar{v} \end{aligned}$$

Bibetingelsen må binde, da forsikringsselskabet ellers kan sætte prisen ned og opnå en højere profit. Derfor kan vi skrive Lagrange som:

$$\mathcal{L}(c_1, c_2, \lambda) = M - \pi L - (1 - \pi)c_1 - \pi c_2 + \lambda[\pi v(c_2) + (1 - \pi)v(c_1) - \bar{v}]$$

Som giver os:

$$\begin{aligned} -(1 - \pi) + \lambda(1 - \pi)v'(c_1) &= 0 \implies v'(c_1) = \frac{1}{\lambda} \\ -\pi + \lambda\pi v'(c_2) &= 0 \implies v'(c_2) = \frac{1}{\lambda} \end{aligned}$$

Heraf følger, at $c_1 = c_2$ og $K = L$ og agenten derfor vælger fuld forsikring. Intuitionen er, at forsikringen er ligeglad med risiko og agenten oplever et nyttetab herved, hvorfor han det er optimalt at han forsikres mod det.

6.2.2 PA model hvor agenten styrer risiko og adfærd kan betinges

Vi antager nu, at agenten (efter kontrakten er indgået), kan vælge at være forsigtig (det koster et nyttetab, e) eller ej. Hvis han er forsigtig er hans risikoen for uheld $\pi_f < \pi_s$. Vi analyserer nu to scenarier, hvor forsikringsselskabet

hhv. tilbyder en 'forsigtig' og 'almindelig' kontrakt. Vi starter med den forsigtige, hvor det skal gælde, at:

$$\begin{aligned} & \max_{\Gamma, K} M - \pi L - (1 - \pi)c_1 - \pi c_2 \\ & \text{u.b.b.} \\ & \pi_f v(c_2) + (1 - \pi_f)v(c_1) - e \geq \bar{v} \end{aligned} \tag{IR_f}$$

Idet e ikke afhænger af c_1 eller c_2 vil det ikke indgå i maksimeringsproblemet og vi får derfor stadigvæk $K = L$. Fra bibetingelsen fås at $\pi_f v(M - \Gamma_f) + (1 - \pi_f)v(M - \Gamma_f) - e = \bar{v} \iff v(M - \Gamma_f) - e = \bar{v}$. Den almindelige kontrakt svarer til

$$\begin{aligned} & \max_{\Gamma, K} M - \pi L - (1 - \pi)c_1 - \pi c_2 \\ & \text{u.b.b.} \\ & \pi_s v(c_2) + (1 - \pi_s)v(c_1) \geq \bar{v} \end{aligned} \tag{IR_s}$$

Som stadigvæk giver samme løsning og fra bibetingelsen giver $\pi_f v(M - \Gamma_f) + (1 - \pi_f)v(M - \Gamma_f) = \bar{v} \iff v(M - \Gamma_f) = \bar{v}$. Da $e > 0$ ser vi med det samme, at den forsigtige kontrakt skal være billigere, fordi agenten skal kompenseres for disnyttens forbundet ved at være forsigtig. Alt afhængigt af parametrene kan det være optimalt for forsikringen både at tilbyde den 'forsigtige' og 'almindelige' kontrakt.

6.2.3 PA model hvor agenten styrer risiko og adfærd ikke kan betinges

Nu antager vi, at forsikringsselskabet ikke kan betinge på om agenten handler forsigtigt eller ej, vil forsikringsselskabets skulle designe en kontrakt til de to typer agenter. Hvis personen skal acceptere en forsikring med fuld forsikring må IC være lig:

$$\begin{aligned} & \pi_f v(c_2) + (1 - \pi_f)v(c_1) - e \geq \pi_s v(c_2) + (1 - \pi_s)v(c_1) \\ & (\pi_s - \pi_f)((v(c_1) - v(c_2))) \geq e \end{aligned} \tag{IC_f}$$

Som altså siger, at gevinsten ved forsigtighed skal være svagt større end omkostningen herved. Det ses allerede nu, at det ikke kan overholdes ved fuld forsikring, da $c_1 = c_2$ og venstresiden dermed er nul. PA problemet er nu er derfor:

$$\begin{aligned} & \max_{\Gamma, K} M - \pi L - (1 - \pi)c_1 - \pi c_2 \\ & \text{u.b.b.} \\ & \pi_f v(c_2) + (1 - \pi_f)v(c_1) - e \geq \bar{v} \tag{IR_f} \\ & (\pi_s - \pi_f)((v(c_1) - v(c_2))) \geq e \tag{IC_f} \end{aligned}$$

Begge bibetingelser må binde (ellers hæv prisen), hvormed vi får:

$$\begin{aligned} v(c_1) &= \bar{v} + \frac{\pi_s}{\pi_s - \pi_f} e \\ v(c_2) &= \bar{v} - \frac{1 - \pi_s}{\pi_s - \pi_f} e \end{aligned}$$

Da $e > 0$ er nytten uden uheld strengt større end nytten med uheld og vi får $c_1 > c_2$, dvs. at agenten selv skal dække noget af sit tab. Vi ser desuden, at der nu er kommet en *Informationsomkostning* for selskabet, idet der nu er kommet en yderligere bindende bibetingelse, der resulterer i lavere profit. Vi kan udføre den samme analyse for den normale kontrakt, men det er ikke svært at se, at det nu er optimalt igen med fuld forsikring.

6.2.4 PA model for brugtvognsmarkedet

Vi betragter et brugtvognsmarked med mange købere og sælgere, der alle har en initial indkomst I . Vi antager, at der er to forskellige typer biler: (1) gode benævnt h og dårlige benævnt b . Sælgerne og køberne har forskellige nyttefunktioner alt afhængigt af hvilken bil de har $q = 0, h, b$ og hvor meget de i øvrig forbruger, c :

$$u_S(q, c) = \begin{cases} c & \text{hvis } q = 0 \\ 1000 + c & \text{hvis } q = b \\ 2000 + c & \text{hvis } q = h \end{cases} \quad \text{og} \quad u_K(q, c) = \begin{cases} c & \text{hvis } q = 0 \\ 1200 + c & \text{hvis } q = b \\ 2400 + c & \text{hvis } q = h \end{cases}$$

Vi ser med det samme, at det er oplagt paretoefficient, at alle biler handles, fordi sælgers nytte er højere end købers nytte for alle biltyper.

Perfekt information: Vi vil starte med at analysere tilfældet, hvor købere kan betinge på bilens kvalitet, og at køberen køber både hvis bilen er god og dårlig, samt at der er 50 pct. ssh. for de to udfald. Den forventede nytte er så:

$$\frac{1}{2}(1200 + I - p_b) + \frac{1}{2}(2400 + I - p_h) = 1800 + I - \frac{1}{2}p_b - \frac{1}{2}p_h$$

Hvis begge typer skal handles får vi to typer IR betingelser, idet både personerne med gode og dårlige biler skal acceptere tilbuddet. PA problemet bliver derfor

$$\begin{aligned} & \max_{p_b, p_h} 1800 + I - \frac{1}{2}p_b - \frac{1}{2}p_h \\ & \text{u.b.b.} \\ & u(0, I + p_h) \geq u(h, I) \quad (\text{IR}_h) \\ & u(0, I + p_b) \geq u(b, I) \quad (\text{IR}_b) \end{aligned}$$

Begge bibetingelser må oplagt binde, da det ellers giver højere nytte at sænke prisen, hvorfor vi får $I + p_h = 2000 - I \iff p_h = 2000$ og $I + p_b = 1000 - I \iff p_b = 1000$. Udfaldet er oplagt Paretoefficient, idet nytten er højere end i udgangspunktet

Symmetrisk manglende information: Vi vil nu antage, at hverken køber eller sælger ved, om de har en god eller dårlig bil, men at der er 50 pct. sandsynlighed for hvert udfald. Dermed får vi en samlet IR betingelser, der er givet ved $u_s(0, I + p) \geq \frac{1}{2}u_s(h, I) + \frac{1}{2}u_s(b, I)$. PA problemet bliver derfor:

$$\begin{aligned} & \max_p 1800 + I - p \\ & \text{u.b.b.} \\ & u_s(0, I + p) \geq \frac{1}{2}u_s(h, I) + \frac{1}{2}u_s(b, I) \quad (\text{IR}) \end{aligned}$$

Bibetingelsen må igen holde med strengt lighedstegn, og vi får derfor $I + p = 500 + \frac{1}{2}I + 1000 + \frac{1}{2}I \iff p = 1500$. Igen er udfaldet Paretooptimalt, idet købernes forventede nytte er 1800 og dermed strengt større end prisen. Sælgere med dårlige biler stilles da bedre og vice versa.

Asymmetrisk information: Nu vil vi antage, at kun sælger kender kvaliteten af sin egen bil. Dermed har vi igen to

IR betingelser og vores PA problem er:

$$\begin{aligned} \max_p & 1800 + I - p \\ \text{u.b.b.} & \\ u(0, I + p) & \geq u(h, I) & (IR_h) \\ u(0, I + p) & \geq u(b, I) & (IR_b) \end{aligned}$$

Det er klart, at IR_h er den eneste der binder her, da den krævede pris her er højest. Derfor må denne binde med lighedstegn og vi får $I + p = 2000 + I \iff p = 2000$. Intuitionen er, at hvis begge biler skal handles, er 2000 den laveste pris som begge vil acceptere. Den forventede nytte $p = 2000$ er $I - 200$ og stiller dermed køberne værre. Køberen vil dermed aldrig byde på en måde så han køber begge biler. Han vil heller ikke byde på en måde, hvor han kun går efter dyre biler, da de dårlige sælgere også vil acceptere dette og vi dermed er tilbage til at byde på begge. Det kan derfor kun være optimalt at byde på kun de dårlige biler, hvorfor vi får:

$$\begin{aligned} \max_p & I + 600 - \frac{1}{2}p \\ \text{u.b.b.} & \\ u(0, I + p) & \leq u(h, I) & (IR_h) \\ u(0, I + p) & \geq u(b, I) & (IR_b) \end{aligned}$$

IR_h binder (ellers sænk pris og øg nytte) og vi får derfor $p = 1000$ som giver en positiv forventet nytte på $I + 100$. Køberen vil altså kun byde på de dårlige biler, hvilket er oplagt inefficiant, da de andre handler var velfærdsgivende. Intuitionen er, at køberen ikke kan se forskel på de gode og dårlige biler, hvilket presser hans betalingsvillighed nedad og gør, at det ikke er nyttemaksimerende for ham at en høj 'flat rate' på begge biler.

6.2.5 PA model for arbejdsmarkedet

Vi vil analysere en situation, hvor arbejdsgiver har to kandidater med hhv. høj- og lavproduktivitet (L og H) og der skal tilbydes en kontrakt til de to grupper. Vi antager, at vi betinger på deres indsatsniveauer, e_H og e_L og at α angiver hvor meget deres indsatsniveau afhænger af output:

$$\begin{aligned} \max_{w_H, w_L} & q(py_H + \alpha e_H - w_H) + (1 - q)(py_L + \alpha e_L - w_L) \\ \text{u.b.b.} & \\ u_H(w_H, e_H) & \geq r_H & (IR_H) \\ u_L(w_L, e_L) & \geq r_L & (IR_L) \\ u_H(w_H, e_H) & \geq u_L(w_L, e_L) & (IC_H) \\ u_L(w_L, e_L) & \geq u_H(w_H, e_H) & (IC_L) \end{aligned}$$

Vi kan analysere dette grafisk ved at blotte indifferenskurverne i et (e, w) diagram, samt de tilhørende isoprofit kurver. Den optimale kontrakt er nu skæringen mellem isoprofit og indifferenskurverne, hvor vi må kræve, at kontrakten for L ligger på en højere end H , således at L ikke har incitament til at 'tage' H 's kontrakt. Bemærk at effort, e også kan forstås som uddannelse og at uddannelse kan være et værdifuldt signal, selv hvis det ikke gør dig mere effektiv, dvs. $\alpha = 0$. Intuitionen er, at høj- og lavproduktive har forskellige omkostninger ved at gennemføre en uddannelse og uddannelse dermed signalerer højproduktivitet.

7 Prisdiskrimination

7.1 1. grads prisdiskrimination

Når monopolisten udviser 1. grads prisdiskrimination betyder det, at han har perfekt information om alle forbrugers efterspørgselskurver/betalingsvillighed og kan sætte prisen lig hver forbrugers betalingsvillighed. Derfor er den marginale omsætning for monopolisten blot lig $p(x)$. Da $R'(x) = MR(x) = p(x)$ kan vi finde den samlede omsætningsfunktion som:

$$R(x) = \int_0^x p(t)dt$$

Dermed bliver maksimeringsproblemet:

$$\max R(x) - C(x) = \int_0^x p(t)dt - C(x)$$

Som giver FOC:

$$MR(x) = MC(x) \iff p(x) = MC(x)$$

som er den samme ligevægtsbetingelse som for fuldkommen konkurrence. Den handlede mængde bliver altså den samme som under FKK og der er intet dødvægtstab, mens fordelingen af overskud nu er forskudt således, at monopolisten høster hele overskuddet. Intuitionen er, at monopolisten nu ikke længere skal sænke prisen på alle sine enheder, når prisen sænkes for en forbruger, hvorfor monopolisten oplagt vil vælge at sælge indtil $MC = p$. Alternative fortolkninger til at sælge hver vare til en bestemt pris er at sælge fastlåste pakker, der netop svarer til de forskellige grupperes betalingsvillighed, eller at kræve en adgang upfront for at handle, hvor stykprisen sættes lig den marginale betalingsvillighed (så den efficiente mængde handles) og opkræver så adgangen som størrelsen på hele forbrugeroverskuddet.

7.2 3. grads prisdiskrimination

Når monopolisten udviser 3. grads prisdiskrimination, står han overfor to kundegrupper som han kan se forskel på og sætte forskellige priser overfor. Han kender desuden de samlede efterspørgselskurver, men ikke den marginale betalingsvillighed for hver enhed. Monopolistens problem bliver derfor at vælge hvilken pris, der skal tilbydes de to grupper:

$$\max_{x_A, x_B} p_A(x_A)x_A + p_B(x_B)x_B - C(x_A + x_B)$$

FOC ER:

$$p_A(x_A) + x_A p'_A(x_A) = MC(x_A + x_B)$$

$$p_B(x_B) + x_B p'_B(x_B) = MC(x_A + x_B)$$

Som er standard betingelserne fra et monopol med en kundegruppe, med undtagelse af, at MC nu afhænger af produktionen til de respektive grupper. Hvis $MC = c$ kollapser problemet dermed til to helt standard monopolproblemer. Hvis det ej er konstant, skal vi løse to ligninger med to ubekendte. Betragt de to efterspørgselsfunktioner $p_A(x) = 12 - x_A$ og $p_B(x) = 6 - \frac{1}{3}x_B$ og $MC = x_A + x_B$. Da bliver FOC:

$$12 - 2x_A = x_A + x_B$$

$$6 - \frac{2}{3}x_B = x_A + x_B$$

Som giver $x_A = \frac{7}{2}$ og $x_B = \frac{3}{2}$ og dermed $p_A = 12 - 3.5 = 8.5$ og $p_B = 6 - 0.5 = 5.5$. Det gælder, at 3. grads prisdiskrimination altid hæver profitten vs. almindeligt monopol, og der fortsat vil være inefficiens og dødvægtstab.

Der er dog intet generelt resultat for, om dødvægtstabet er større eller mindre end uden prisdiskrimination.

7.3 2. grads prisdiskrimination

Hvis monopolisten udviser 2. gradsprisdiskrimination, antager vi, at han ikke kan se forskel på kundegrupper A og B , men til gengæld kan tilbyde sine varer i faste pakker, hvor man kun kan købe en bestemt mængde til en bestemt pris. Monopolisten skal altså 'designe' pakkerne således, at han kan udnytte betalingsvilligheden hos de to forbrugere til at øge sin profit. Lad de to pakker bestå af mængderne x_A og x_B og benævn priserne S_A og S_B . Da bliver monopolistens profit (under antagelse af, at pakkerne købes af de tiltænkte forbrugere), givet ved $S_A + S_B - C(x_A + x_B)$. Monopolisten står altså overfor et PA problem, hvor han først skal sikre, at det er rationelt for grupperne at vælge deres pakke (IR). Da vi har antaget kvasilineære præferencer angiver forbrugeroverskuddet hvor mange penge personen er villig til at betale for at komme ind på markedet i kroner. Vores IR betingelse er derfor, at forbrugeroverskuddet ved at modtage mængden x uden at betale noget, skal være svagt større end prisen på pakken:

$$CS_i^0(x) \equiv \int_0^x p_i(t)dt \geq S_i \quad i = a, b \quad (\text{IR})$$

Vi skal desuden sikre os, at forbrugerne vælger de pakker, der er tiltænkt dem, hvorfor hele PA problemet bliver:

$$\begin{aligned} & \max_{S_A, x_A, S_B, x_B} S_A + S_B - C(x_A + x_B) \\ & \text{u.b.b.} \\ & CS_A^0(x_A) \geq S_A \quad (\text{IR}_A) \\ & CS_B^0(x_B) \geq S_B \quad (\text{IR}_B) \\ & CS_A^0(x_A) - S_A \geq CS_A^0(x_B) - S_B \quad (\text{IC}_A) \\ & CS_B^0(x_B) - S_B \geq CS_B^0(x_A) - S_A \quad (\text{IC}_B) \end{aligned}$$

Fremgangsmetoden til at løse ovenstående problem er, at bruge økonomisk intuition til at 'smide' to af bibetingelserne ud (en for hver agent) og løse problemet med to bibetingelser, hvorefter vi skal tjekke om de bibetingelser vi smed ud stadigvæk holder. Typisk vil det være begge IR betingelser eller en IR og en IC, der binder (IC for den person, der har incitament til at hoppe over i den anden persons kontrakt). Velfærdseffekten er, at vi har større profit end under standard monopol og der vil typisk opstå et dødvægtstab, fordi en af grupperne får en inefficent mængde. Vi kan desuden vælge at fortolke x som bestående delvist af kvalitet, dvs. at den ene gruppe bevidst tilbydes en pakke med lavere kvalitet for at den anden gruppe køber den dyre pakke. Modellen peger desuden på, at det kan være optimalt for monopolisten at gøre den almindelige pakke ekstra dårlig, uanset omkostningen, hvis det sikrer, at personerne med høj betalingsvillighed vælger den dyre pakke.

Vi forsøger nu at løse et problem med fremgangsmåden. Betragt en monopolist, der omkostningsfrit kan producere, dvs. $MC = 0$, der står overfor to forbrugere med $p_A(x_A) = 12 - x_A$ og $p_B(x_B) = 8 - x_B$. Deres forbrugeroverskud er hhv. $CS_A^0 = 12x - \frac{1}{2}x_A^2$ og $CS_B^0 = 8x - \frac{1}{2}x_B^2$. Dermed bliver PA problemet:

$$\begin{aligned} & \max_{S_A, x_A, S_B, x_B} S_A + S_B \\ & \text{u.b.b.} \\ & 12x_A - \frac{1}{2}x_A^2 \geq S_A \quad (\text{IR}_A) \\ & 8x_B - \frac{1}{2}x_B^2 \geq S_B \quad (\text{IR}_B) \\ & 12x_A - \frac{1}{2}x_A^2 - S_A \geq 12x_B - \frac{1}{2}x_B^2 - S_B \quad (\text{IC}_A) \end{aligned}$$

$$8x_B - \frac{1}{2}x_B^2 - S_B \geq 8x_A - \frac{1}{2}x_A^2 - S_A \quad (IC_B)$$

Da forbruger A har størst betalingsvillighed vil vi antage, at IC_A binder, samt IR_B . Begge holder oplagt med strengt lighedstegn, da det ellers kan betale sig at øge prisen. Dermed bliver maksimeringsproblemet blot. Vi kan derfor sætte IR_B ind i IC_A og få:

$$\begin{aligned} 12x_A - \frac{1}{2}x_A^2 - S_A &= 12x_B - \frac{1}{2}x_B^2 - 8x_B + \frac{1}{2}x_B^2 \\ S_A &= 12x_A - \frac{1}{2}x_A^2 - 4x_B \end{aligned}$$

Hvorfor maksimeringsproblemet bliver:

$$\max_{x_A, x_B} (8x_B - \frac{1}{2}x_B^2) + (12x_A - \frac{1}{2}x_A^2 - 4x_B)$$

FOC giver $x_A^* = 12$, samt $x_B^* = 4$ og dermed $S_A = 56$ og $S_B = 24$, dvs. at A (som forventet) betaler den højeste pris. Vi tjekker, at IR_A overholder ved $12^2 - \frac{1}{2}12^2 \geq 56$, hvilket er overholdt, samt IC_B ved at $0 > -32$ som er overholdt.

8 Offentlige Goder

8.1 Introduktion

Vi betragter en Edgeworth boks med to forbrugere, A og B , der begge kun har initialbeholdninger af et privat gode, e , dvs. $(e_A, 0)$ og $(e_B, 0)$. Det andet gode er offentligt, $g_A = g_B = g$ og kan produceres ud fra en omkostningsfunktion, $c(g)$. Dermed er de mulige tilstande givet ved:

$$e_A + e_B = x_A + x_B + c(g)$$

De efficiente tilstande kan findes ved at maksimere den ene agents nytte med hensyn til, at den anden agent opnår det bestemt nytteniveau, dvs:

$$\begin{aligned} \max_{x_A, x_B, g} u_A(x_A, g) \\ \text{u.b.b.} \\ u_B(x_B, g) \geq \bar{u} \\ e_A + e_B = x_A + x_B + c(g) \end{aligned}$$

Begge ligninger holder med strengt lighedstegn og Lagrange er:

$$\mathcal{L}(x_A, x_B, g) = u_A(x_A, g) - \lambda_1(u_B(x_B, g) - \bar{u}) - \lambda_2(x_A + x_B + c(g) - e_1 - e_2)$$

Dermed fås FOC:

$$\begin{aligned} \frac{\delta u_A}{\delta x_A} &= \lambda_2 \\ -\lambda_1 \frac{\delta u_A}{\delta x_A} &= \lambda_2 \\ \frac{1}{\lambda_2} \frac{\delta u_A}{\delta g} - \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \frac{\delta u_A}{\delta g} &= c'(g) \end{aligned}$$

Det giver os:

$$|MRS_A(x_A, g)| + |MRS_B(x_B, g)| = c'(g) \quad (\text{Beslutningskrav kontinuert})$$

Hvis der er kvasilineære præferencer af formen $u = v(g) + x$ bliver ovenstående:

$$v'_A(g) + v'_B(g) = c'(g) \quad (\text{Beslutningskrav kontinuert KL})$$

Hvis vi kvasilineære præferencer og et diskret offentligt gode, kan vi desuden definere betalingsvilligheden som $r = v(1) - v(0)$, hvor beslutningskravet så bliver:

$$r_A + r_B \geq c(1) - c(0) \quad (\text{Beslutningskrav diskret KL})$$

8.2 Privat produktion

Vi undersøger nu en ligevægt, hvor agenterne selv står for det offentlige gode gennem frivillig donation. Vi antager $c(g) = c \cdot g$, samt at hver agent maksimerer givet den andens beslutning. For A bliver det:

$$\max_{x_A, g_A} u_A(x_A, g_A + g_B) \quad \text{u.b.b.} \quad e_A = x_A + c \cdot g_A$$

Ved indsættelse af bibetingelsen fås:

$$\frac{\frac{\partial u_A}{\partial g}}{\frac{\partial u_A}{\partial x_A}} = |MRS_A| = c \quad (\text{Optimum privat})$$

Og det tilsvarende for B . Dermed indeholder den private ligevægt for lidt af det offentlige gode, fordi agenterne kun tager højde for deres egen betalingsvillighed af det offentlige gode. I tilfælde af kvasilineære præferencer får vi:

$$v'_A(c) = c \quad (\text{Optimum privat KL})$$

Det er ikke svært at se, at ovenstående definerer et entydigt niveau $\bar{g}$ som A foretrækker. Dermed bliver hans best response: $g_A^*(g_B) = \bar{g} - g_B$ og han har derfor incitament til at free ride (gratistproblemet).

8.3 VCG mekanismen

Vi vil nu introducere en mekanisme, der kan tilvejebringe det offentlige gode. Vi lader godet være diskret og have omkostning c . Vi antager desuden, at der er N agenter med kvasilineære præferencer:

$$u_i(x_i, g) = \begin{cases} x_i & \text{for } g = 0 \\ x_i + v_i & \text{for } g = 1 \end{cases}$$

Vi antager, at det offentlige gode bliver betalt af fastsatte betalinger, k_i som hver agent betaler, hvor det gælder, at $\sum_i k_i = c$. Hver agents nettonytte er givet ved:

$$n_i = v_i - k_i$$

Hver agent skal nu sende et signal, s_i , der fortæller hvad deres nettonytte n_i er. Beslutningsreglen er nu, at det offentlige gode bliver produceret, hvis summen af de rapporterede nettonytter er positiv:

$$G(s_1, \dots, s_n) = \begin{cases} 1 & \text{for } S \geq 0 \\ 0 & \text{for } S < 0 \end{cases} \quad \text{hvor } S \equiv \sum_i s_i$$

For at undgå, at agenterne lyver (de har et klart incitament til at overdrive og underdrive) introducerer vi N_{-i} som angiver den sande nettonytte, ikke medregnende i og S_{-i} som den samlede rapporterede nettonytte, ikke medregnende i . En agent siges at være pivotal, hvis hans signal ændrer beslutningen om det offentlige gode, dvs:

$$\text{sign}(S) \neq \text{sign}(S_{-i})$$

Hvis agenten er pivotal, skal han betale det offentlige et beløb svarende til de øvrige agents tab, dvs. $|S_{-i}|$

$$G(s_1, s_2, \dots, s_n) = \begin{cases} 1, & S \geq 0, \\ 0, & S < 0, \end{cases}$$

$$T_i(s_1, s_2, \dots, s_n) = \begin{cases} k_i, & \text{for } S \geq 0 \text{ og } \text{sign}(S) = \text{sign}(S_{-i}), \\ k_i + |S_{-i}|, & \text{for } S \geq 0 \text{ og } \text{sign}(S) \neq \text{sign}(S_{-i}), \\ 0, & \text{for } S < 0 \text{ og } \text{sign}(S) = \text{sign}(S_{-i}), \\ |S_{-i}|, & \text{for } S < 0 \text{ og } \text{sign}(S) \neq \text{sign}(S_{-i}). \end{cases}$$

VCG mekanismen medfører, at det er en Nash ligevægt for alle agenter at tale sandt, hvorfor 'det offentlige' kan bruge mekanismen til at tilvejebringe offentlige goder. Udfordringen er, at VCG kræver kvasi lineære præferencer, samt at mekanismens udfald ikke nødvendigvis er efficient, fordi Clarke skatterne *skal* gå til spilde. Hvis skattepengene er til gavn for de øvrige agenter, opstår der et incitament til at lyve for at øge de andres skatter.

9 Samfundsøkonomi

9.1 Præferencerelationer og introduktion til social choice funktioner (SCF)

Lad A være en mængde en mængde af muligheder (f.eks. $A = \{x, y, z\}$), så definerer en præferencerelation, $\succeq$, en mængde af ordnede par fra A , der angiver, hvilke muligheder, der er foretrukket frem for andre. Vi siger, at præferencer er **rationelle**, hvis og kun hvis:

- Præferencerelationen er **total**, dvs. at der for alle $(x, y) \in A^2$ enten gælder $x \succeq y$ eller $y \succeq x$
- Præferencerelationen er **transitiv**, dvs. at hvis der for alle $(x, y, z) \in A^3$ gælder, at $x \succeq y$ og $y \succeq z$, så gælder det også, at $x \succeq z$

Det gælder, at enhver præferencerelationen, der er defineret via en nyttefunktion er rationel (dvs. både total og transitiv).

Social choice funktioner (SCF) er en måde at aggregere individuelle præferencer sammen til en samfundspræference, der repræsenterer alle borgere i et givent samfund. Lad A være en mængde af de mulige tilstande i økonomien, N være det samlede antal agenter og $\succeq_i$ beskrive præferencerelationen for de forskellige agenter. Da er de samlede præferencer i økonomien givet ved:

$$R = (\succeq_1, \succeq_2, \dots, \succeq_N)$$

En SCF er nu en funktion, der aggregerer de individuelle præferencer til en samlet samfundspræference, $\succeq^*$, altså:

$$\succeq^* = f(R)$$

SCF kan dermed opfattes som en 'regel', der rangerer de forskellige mulige tilstanden og dermed afgør, hvordan et samfund træffer beslutninger (f.eks. via demokrati eller diktatur).

9.2 SCF i demokrati

I et demokrati, hvor beslutninger træffer ved afstemning (og der skal vælges mellem x og y), kan SCF skrives som:

$$x \succeq^* y \iff \text{der gælder } x \succ_i y \text{ for et flertal af agenterne}$$

Altså, at et flertal af agenterne har præferencerrelationen $x \succeq y$. Samfundet har nyttemaksimeret, hvis det gælder, at det valgte x er foretrukket frem for alt andet, altså:

$$x \succeq^* y \quad \text{for alle } y \in A$$

En oplagt måde at sikre at samfundet ender i det nyttemaksimerende udfald er, at man gennemfører sekventielle afstemninger, hvor:

1. To muligheder, x og y sammenlignes ved afstemning
2. Vinderen fra trin 1 'går videre' og sammenlignes mod z (som den endnu ikke har vundet over)
3. Trin 2 gentages indtil der er en mulighed, der har vundet over alle andre

Udfordringen ved metoden er, at samfundet kan ende i **condorcet cykler**, hvor der ikke er nogen mulighed, der ender med at dominere, fordi samfundspræferencerne ikke ender med at være transitive, selvom hver agent har rationelle præferencer. Betragt f.eks. tabellen nedenfor. Når x og y sammenlignes vil $x \succeq y$, hvilket betyder, at x skal sammenlignes med z , hvor $z \succeq x$. Derfor skal z og y sammenlignes, men her vinder $y \succeq z$, hvorfor vi kommer tilbage til y mod x og aldrig finder en strengt foretrukket valg ved sekventielle afstemninger.

Agenter	Relationer
Agent 1	$x \succeq_1 y \succeq_1 z$
Agent 2	$y \succeq_2 z \succeq_2 x$
Agent 3	$z \succeq_3 x \succeq_3 y$

Demokratiet kan altså ende i **condorcet cykler**, hvis der er intransitive samfundspræferencer som ovenfor, hvor $x \succeq y$ og $y \succeq z$, men x ikke foretrækkes fremfor z .

9.2.1 Løsning 1: Agenda setting

En mulighed for at undgå condorcet cykler er, at forbyde afstemninger om muligheder, der allerede har tabt en gang. I vores eksempel ville vi altså have $x \succeq y$ (i x mod y), og dernæst $z \succeq x$ (x mod z), hvorfor z vil være det foretrukne valg (det skal ikke stemmes mod y , fordi y tabte mod x). Udfordringen er dog, at rækkefølgen betyder noget for vores konklusioner.

Hvis f.eks. vi starter med x mod z får vi $z \succeq x$, hvorefter vi ender med $y \succeq z$ (y mod z), hvorfor y bliver det foretrukne valg. Afstemningsresultaterne kan altså 'ændres' ved at påvirke stemmedagsordenen (**agenda setting**).

9.2.2 Løsning 2: Single-peaked præferencer (medianvælgertheorem)

En anden måde at undgå condorcet cykler på er at pålægge yderligere antagelser om præferencer. Konkret vil vi antage **single peaked præferencer**, som svarer til at enhver agent har en yndlingsmulighed, x_i som han vil stemme så tæt som muligt på. Hvis agenterne har sådanne præferencer fortæller **medianvælgertheorem** os, at en sekventiel afstemning altid vil ende med medianvælgerens idealpunkt, $medx_j$ (dvs. medianen af alle øvrige idealpunkter), og at dette er samfundsoptimalt. Det vil sige, at:

$$medx_j \succeq^* y \quad \text{for alle } y \in A$$

Teoremet forudsiger altså, at vi under demokrati (med parvise afstemninger) (1) altid vil ende med medianvælgerens valg og (2) at dette er samfundsoptimalt.

Bemærk dog, at medianvælgersteoremet kræver **en-dimensionel politik med klar rangordning**. Muligheder uden rangordning (f.eks. køb A, køb B eller køb C) eller to-dimensionel politik vil dermed *ikke* være omfattet af teoremets forudsigelser. Bemærk desuden, at single peaked præferencer *ikke per definition er opfyldt*, bare fordi der er en klar rangordning. Betragt f.eks. $A = \{\text{mange, få, ingen}\}$ som valgmulighederne til penge brugt på ældrepleje; hvis agentens optimum er *mange*, men han vil vælge privat ældrepleje, hvis der ikke er mange, er hans rangordning $\succeq = \{\text{mange, ingen, få}\}$ og han stemmer dermed *ikke* så tæt som muligt op af hans optimum.

9.3 Arrows umulighedsteorem

Arrow beskriver fem betingelser, som en god SCF bør opfylde:

(1) Universelt domæne (UD): En SCF skal være defineret for alle rationelle præferencer over A . En SCF, der kun fungerer under 'single peaked' præferencer er dermed ikke tilstrækkelig.

(2) Pareto kriteriet / enstemmighed (PU): For ethvert par af muligheder $(x, y) \in A^2$ skal der gælde, at hvis alle agenter foretrækker x fremfor y så skal samfundspræferencer der kommer ud af SCF ligeledes gøre det, altså:

$$x \succeq_i y \text{ for alle } i \Rightarrow x \succeq^* y$$

(3) Rationalitetskriteriet (IR): Samfundspræferencerne, der kommer ud af SCF skal være rationelle, dvs. transitive og totale

(4) Uafhængighed af irrelevante alternativer (IIA): Samfundets vurdering af to muligheder ikke ændre sig, hvis en helt tredje "irrelevant" mulighed indgår i præferencerelationen. Altså:

1. Hvis SCF rangerer x over y
2. Så skal den stadigvæk rangere x over y , uanset om der tilføjes eller fjernes en alternativ kandidat z , så længe z ikke er indeholdt x eller y

Et klassisk eksempel hvor det går galt er en afstemning, hvor den mulighed med flest stemmer er foretrukket. Hvis vi antager, at agenterne har de samme præferencer over (a, b) under R og R' , kan SCF præferencerelationen ændre sig hvis (c) tilføjes.

(5) Ikke-diktatur kriteriet (ND): For alle agenter, i , skal der gælde, at der findes mindst en præferencerelation, hvor i ikke dikterer samfundspræferencerne. SCF må altså *ikke* lede til, at der altid en agent, der bestemmer.

Arrow viste, at hvis $N \geq 2$ og A indeholder flere end tre muligheder, så findes der *ingen* SCF, der opfylder de fem betingelser. Resultatet kaldes for **Arrows umulighedsteorem**. Det gælder dog, at diktatur opfylder antagelse (1) til (4), hvorfor det er en 'brugbar' SCF, hvis vi ser bort fra, at det er et diktatur.

9.4 Samfundsnytte (SWF)

Når vi taler om samfundsnytte, tager vi en normativ tilgang og forsøger at vurdere, hvornår en given tilstand i samfundet er 'god'. Vi kan 'godhed' under utilitarismen, der tilsiger, at det relevante mål for, om en politik er

ønskværdig er, hvor mange personer vi dermed gør lykkelige (jo flere jo bedre). Vi bruger i den forbindelse nytte som et **kardinalt** begreb, dvs. nytteniveauer har betydning!

Det første trin vores analyse er at definere nyttemulighedsområdet (UPS), dvs. de nytteniveauer det er muligt for agenterne at opnå. Hvis vi forestiller os en standard Edgeworth økonomi med to personer og to forbrugere, har vi:

$$UPS = \{u'_A, u'_B \mid u'_A = u_A(x_1^A, x_2^A) \text{ og } u'_B = u_B(x_1^B, x_2^B) \text{ hvor } (x_1^A, x_2^A, x_1^B, x_2^B) \in X\}$$

Og X definerer mængden af mulige tilstande (forbrugsmulighedsområdet, FMO):

$$X = \{(x_1^A, x_2^A, x_1^B, x_2^B) \geq 0 \mid e_1^A + e_1^B \geq x_1^A + x_1^B \text{ og } e_2^A + e_2^B \geq x_2^A + x_2^B\}$$

Vi finder UPS ved at maksimere den ene agents nytte, hvor den anden agent får et givet nytteniveau. UPS bliver dermed den funktion $u_A^*(u_B^*)$, der beskriver den højeste nytte A kan få, hvis B skal have nytten u_B^* . Maksimeringsproblemet, der definerer denne funktion er:

$$u_A^*(u_B^*) \equiv \max_{x_1^A, x_2^A} u_A(x_1^A, x_2^A) \quad \text{u.b.b.} \quad u_B(x_1^B, x_2^B) = u_B^*, (x_1^A, x_2^A, x_1^B, x_2^B) \in X$$

UPS er ækvivalenten til kontraktkurven i en Edgeworthboks, bare defineret i et nyttekoordinatsystem med u_B på førsteaksen og u_A på andenaksen. Vi kan nu vælge at maksimere forskellige samfundsnyttefunktioner (SWF) under bibetingelsen at nytteniveauerne er i UPS. Hvis vi antager utilitarismen og bruger 'the sum of total happiness' som vores mål, får vi:

$$\max_{u'_A, u'_B} u'_A + u'_B \quad \text{u.b.b.} \quad (u'_A, u'_B) \in UPS$$

Bemærk dog, at vi her ser på nytteniveauer, og det oftest er lettest at betragte tilstande i stedet. Da kan vi omskrive nyttemaksimeringsproblemet til:

$$\begin{aligned} & \max_{x_1^A, x_2^A, x_1^B, x_2^B} u_A(x_1^A, x_2^A) + u_B(x_1^B, x_2^B) \quad \text{u.b.b.} \quad (x_1^A, x_2^A, x_1^B, x_2^B) \in A \\ & \iff \max_{x_1^A, x_2^A} u_A(x_1^A, x_2^A) + u_B(e_1^A + e_1^B - x_1^A, e_2^A + e_2^B - x_2^A) \end{aligned}$$

Hvor vi i omskrivningen bruger, at tilstanden er mulig, og at vi bruger alle enheder i økonomien. Valget om $U(u_A, u_B) = u_A + u_B$ som SWF er ikke vigtig for den generelle fremgangsmåde. Vi kunne lige så godt have antaget andre former. F.eks:

- **Bentham/Pareto (1-til-1 perfekte substitutter):**

$$U(u_A, u_B) = u_A + u_B$$

- **Harsanyi-vægte (andre perfekte substitutter):**

$$U(u_A, u_B) = \gamma_A u_A + \gamma_B u_B$$

- **Cobb–Douglas:**

$$U(u_A, u_B) = u_A^\beta u_B^{1-\beta}$$

- **Rawls:**

$$U(u_A, u_B) = \min\{u_A, u_B\}$$

Det gælder, at jo mere konkav en SWF (Bentham er mindst mulig konkav) er, jo mere foretrækkes lighed mellem

forbrugerne (de tiltager den største værdi når nyterne ikke er for forskellige). Såfremt SWF er strengt voksende i begge argumenter, dvs. begge personers nytte, vil løsningen til samfundsnyttmaksimering være Pareto efficient.

9.4.1 Udfordringer ved SWF

Vi kan oversætte SWF tilgangen til præferencerelationer ved først at definere en præferencerelation for agent A og B :

$$\begin{aligned}(x_1^A, x_2^A, x_1^B, x_2^B) \succeq_A (x_1^{A'}, x_2^{A'}, x_1^{B'}, x_2^{B'}) &\iff u_A(x_1^A, x_2^A) \geq u_A(x_1^{A'}, x_2^{A'}) \\(x_1^A, x_2^A, x_1^B, x_2^B) \succeq_B (x_1^{A'}, x_2^{A'}, x_1^{B'}, x_2^{B'}) &\iff u_B(x_1^B, x_2^B) \geq u_B(x_1^{B'}, x_2^{B'})\end{aligned}$$

Og dernæst definere en samfundspræference ved:

$$\begin{aligned}(x_1^A, x_2^A, x_1^B, x_2^B) \succeq^* (x_1^{A'}, x_2^{A'}, x_1^{B'}, x_2^{B'}) \\ \iff U(u_A(x_1^A, x_2^A), u_B(x_1^B, x_2^B)) \geq U(u_A(x_1^{A'}, x_2^{A'}), u_B(x_1^{B'}, x_2^{B'}))\end{aligned}$$

Dermed har vi altså aggregeret de individuelle præferencer til en samlet samfundspræference, men vi har IKKE overholdt Arrows betingelser. Vi startede nemlig med at antage en form for agenternes nyttefunktioner, og tog IKKE udgangspunkt i deres præferencerelationer i sig selv. Hvis vi f.eks. ændrer definitionen på A 's præferencer til $v_A(x_1^A, x_2^A) = 2 \cdot u_A(x_1^A, x_2^A)$, vil det IKKE ændre på A 's præferencerelation, mens det i stedet vil ændre den måde SWF rangerer præferencerne på fordi vi nu får $U(2 \cdot u_A(x_1^A, x_2^A), u_B(x_1^B, x_2^B))$. Altså:

- En personer med de *samme* præferencer gør formen på den præcise nyttefunktion vi bruger en forskellig for SWF
 - Dermed vil monotone transformationer, der gør nyttefunktioner mere konkave involvere, at samfundsnytten i højere grad tilgodeser lighed, og vice versa, selvom nyttefunktionen repræsenterer de samme præferencer (ordinalt set)
- Udfordringen bunder i, at vi bruger nytte som et kardinalt begreb og derfor tager nytteniveauerne (og derfor også funktionerne) seriøst

En anden 'udfordring' er, at vi udelukkende ser på konsekvenserne af samfundets valg; *konsekventalistik*. Det er i modsætning til, at vi går op i processen (der skal være retfærdig/god), men at udfaldet er mindre vigtigt.

9.4.2 Rawls

John Rawls (1921 - 2002) argumenterede for, at enhver situation skal vurderes ud fra, om den forbedrer situationen for den værst stillede. Det kan vi formalisere ved den følgende SWF:

$$U(u_A, u_B) = \min\{u_A, u_B\}$$

Han introducerede desuden begrebet 'Veil of Ignorance' som beskriver, at man ikke ved, hvordan man bliver født (A eller B), men at der er forskellige nytteniveauer forbundet med udfaldende. En tilgang er at maksimere den forventede nytte (Harsanyi):

$$\max P(\text{født som } A) \cdot u_A + P(\text{født som } B) \cdot u_B$$

Det tager dog ikke højde for risikoaversion, hvorfor vi kan transformere med $(\cdot)^{\frac{1}{2}}$ og få:

$$\max P(\text{født som } A) \cdot \sqrt{u_A} + P(\text{født som } B) \cdot \sqrt{u_B}$$

Eller mere ekstremt (à la Rawls), at man maksimerer nytten for det værste, der kan ske:

$$\max \min\{u_A, u_B\}$$

10 Adfærdsøkonomi

Adfærdsøkonomi kan ses som en gren af mikroøkonomien, hvor vi tager højde for nogle psykologiske træk og kognitive begrænsninger, der leder til udfald, der er i modstrid med standardmodellens forudsigelser. Vi gennemgår i afsnittet fire forskellige videreudviklinger af standardmodellen, hvor vi tager højde for systematiske bias i beslutningsprocessen.

En indvending overfor adfærdsøkonomi er, at økonomer alligevel *ikke* tror på, at agenterne nyttemaksimerer osv. i standardmodellen, men at vi modeller det 'as-if' de gør det. Dermed er antagelserne strengt taget ligegyldige, så længe prædiktionen er god. Derfor er adfærdsøkonomi kun en relevant videreudvikling, hvis det er forklarerer økonomisk adfærd i praksis, som vi tidligere ikke kunne forklare.

10.1 Default bias

Default bias beskriver, at agenter har en tendens til at blive ved 'standard valget', fremfor at ændre det (f.eks. bruges tryk for at afmelde nyhedsbrevet, fremfor tryk for at tilmelde dig nyhedsbrevet, dvs. virksomheden ønskede mulighed er 'default'). Det er ikke svært at få den slags bias med 'almindelige' præferencer, da vi blot kan opfatte det ikke at vælge 'default' som en negativ nytteeffekt. Definer da nyttefunktionen $U(x, y)$, hvor $y \in (A, B)$ angiver hvilken mulighed, der er default. Dermed haves:

$$U(x, A) = \begin{cases} u_A & \text{for } x = A \\ u_B - c & \text{for } x = B \end{cases} \quad \text{og} \quad U(x, B) = \begin{cases} u_A - C & \text{for } x = A \\ u_B & \text{for } x = B \end{cases}$$

Hvis A er 'default' er der altså en disnytte på c ved at vælge B og vice versa, hvis B er default. Agenterne nyttemaksimerer nu for *givet* y . Hvis $u_A = 2$ og $u_B = 1$, samt $c = 2$ vil agenterne altså vælge $x^* = A$, hvis udgangspunktet er A og $x^* = B$, hvis udgangspunktet er B .

Bemærk, at modellens præferencer er rationelle for en given default (transitive og totale), mens det i daglig tale *ikke* vil anses som værende rationelt at prøve at undgå et valg, blot fordi et andet præsenteres som default. Ordet *rationel* har altså en todelt betydning, hvor den første som oftest vil være opfyldt (rationelle præferencer), mens selve beslutningsprocessen netop afviger fra fuld rationalitet i sin mere bogstavelige forstand af ordet.

Default bias som rationel adfærd: Hvis man forestiller sig en situation, hvor en fuld rationel agent skal træffe et valg under usikkerhed, og tror, at 'defaulten' er sat som den første, fordi det er det bedste valg for den gennemsnitlige person, vil det være helt rationelt for vedkommende at vælge 'default' og dermed ligge indenfor standardmodellens rammer.

10.2 Loss aversion

Loss aversion beskriver, at nytteabet ved at 'tabe' en sikret 'gevinst' er større end nyttegevinsten ved at opnå den sikrede 'gevinst'. Antag f.eks. at en agent har muligheden for at få en gevinst ved at yde en ekstra indsats, men samtidig også kan lade vær. Lad $e = 1$ angive, at han yder en ekstra indsats og $e = 0$ beskrive, at han ikke gør det, hvor c er nytteomkostningen ved indsatsen. Ændringen i hans indkomst benævnes x . Definer nu nyttefunktionen

til:

$$U(x, e) = u(x) - c \cdot e$$

Loss aversion optræder nu, hvis $u(x)$ knækker i 0, dvs. at disnyttten er k gange større, hvis nettoændringen er negativ, end den positive nytte, hvis ændringen er positiv:

$$u(x) = \begin{cases} x, & x \geq 0, \\ kx, & x < 0, \end{cases} \quad k > 1$$

Agenten vil i følge modellen altså yde en ekstra indsats imod at få en nyttegevinst på $x = y > 0$, hvis:

$$U(y, 1) \geq U(0, 0) \iff u(y) - c \geq 0 \iff y \geq c$$

Mens agenterne er villige til at yde en ekstra indsats imod at undgå et nyttetab på $x = -y < 0$, hvis:

$$U(0, 1) \geq U(-y, 0) \iff -c \geq u(-y) \iff -c \geq k \cdot (-y) \iff k \cdot y \geq c$$

Da $k \cdot y > y$ vil agenterne altså oftere at yde en ekstra indsats imod at undgå et nyttetab, sammenlignet med blot at yde en ekstra indsats for at modtage nyttegevinsten. Mao. er nytten ved gevinst mindre end disnyttten ved tab, hvilket netop var definitionen på 'loss-aversion'. De eneste to forskelle, sammenlignet med almindelig nyttemaksimering er, at:

1. **Reference dependent preferences:** Nyttten skal være defineret som ændringer relativt fra det eksisterende niveau (i vores eksempel fra 0)
2. **Præferencer med knæk:** Marginalnyttten af den variabel agenten har loss-aversion overfor skal ændre sig (knække) ved 0.

Det vil ofte være svært at afgøre, hvad referencepunktet er i praksis (vi må kræve, at definitionen er sådan, at 'ikke-at-udføre-arbejdet' er associeret med et tab).

10.3 Present bias

Present bias angiver, at personer vægter betalinger/nyttegivende ting særlig højt i nutiden, sammenlignet med at modtage dem i fremtiden. Det kan tages ind i standardmodellen ved at bruge en speciel nyttefunktion, der dog ikke er pensum i Mikro 2.

Present bias som rationel adfærd: Hvis man forestiller sig, at der er usikkerhed forbundet med om agenten modtager den givne betaling i fremtiden, vil det være indenfor standardmodellens rammer, at agenten vælger betalingen i nutiden, hvis agenten er tilpas risikoavers.

Present bias kan desuden forklares ved, at agenterne (måske) har *tidsinkonsistente* præferencer, dvs. at deres vurdering af en udbetaling om et år vs. om to år ændrer sig, når det første år er gået. Spørgsmålet er så, om agenterne er klar over dette, når de træffer deres beslutning i dag.

10.4 Kritik

Adfærdsøkonomi kan give anledning til nogle 'vilde' forudsigelser, der ikke vil passe godt ind i større modeller. F.eks. vil en agent med present-bias kunne acceptere en kontrakt, der finansielt ville ruinere ham (ved at låne ham penge til en høj rente i al uendelighed). Konsekvensen for f.eks. PA-modellen er så, at kontrakter kan give uendelig kritik.

Dertil kommer, at velfærdsøkonomi, der netop aggregerer samfundets præferencer ind i en samfundsnytte og dermed udvikler en SWF, vil skulle forholde sig til, hvilken nyttefunktion for agenterne vi bruger, når der er loss aversion / present bias (agenterne har forskellige nyttefunktioner over tid). Det kan løses ved at specificere en 'cold-self' nyttefunktion for agenterne, der netop ikke indeholder bias (i modsætning til 'hot-self'). Her vil modellen dog lige af paternalisme, da vi netop fortæller agenterne, hvilken nyttefunktion bruger.